

2020 年臺灣國際科學展覽會 優勝作品專輯

作品編號 160009
參展科別 物理與天文學
作品名稱 水力懸浮運動及其特殊進動現象之研究
得獎獎項 大會獎：四等獎

就讀學校 高雄市立高雄女子高級中學

指導教師 林思宏

作者姓名 李思嫻、李旻芳

關鍵詞 水力懸浮、附著力、進動

作者簡介



我們是高雄女子高級中學三年級的李思嫻、李旻芳，因為對於物理的熱愛，而投身物理的科展研究，一開始的我們懵懵懂懂，但在多次的嘗試錯誤後，我們逐漸成長，而能夠共同完成研究，並且探討其中的奧妙。很感謝一路走來有思宏老師的指導，在我們最徬徨無助時，給予我們前進的動力與方向，讓我們得以成長。

摘要

觀察到圓球及圓盤在水柱上懸浮(Hydrodynamic Levitation)之特殊情形，本研究探討此現象並提出相關解釋。經由實驗發現圓球放置高度並不會影響其最終平衡高度，而水柱高度與圓球平衡高度則呈線性關係；水柱流量愈低，不同於我們實驗前所想像的，其最終能平衡的水柱傾斜角度反而越大；隨水柱傾斜角度愈大，平衡高度即隨之增高；圓盤轉速與水柱切線速度大致相同，透過此結果，我們推論出造成此現象的主要原因，是因附著於圓球上的水對其產生的附著力，而與一般人猜測的康達效應(Coanda Effect)較無關連，我們從而深入分析此現象的細節，並得出一些意想不到的結果。本研究中，最為特別的是，實驗中遇到的奇特進動現象，看似複雜、無規律的運動，我們透過高速攝影機，深入觀察此一系列特殊的進動，竟發現其中規律的運動規則，所以我們進而推論其力學特性，藉以解釋此現象形成原因。

Abstract

Observing the phenomenon of Hydrodynamic Levitation, we explore this motion and provide relevant explanations. Through our experiments, we found that the height of the ball does not affect its final equilibrium height, and the height of the water column is linear with the equilibrium height of the ball. Unlike the prediction we imagined before the experiment, the lower the water column flow, the larger the angle of inclination is. As the water column tilts more, the equilibrium height increases. What's more, the turn speed is almost the same as the tangential velocity of the water column. Through this result, we infer that the main cause of this phenomenon is due to the adhesion of water attached to the sphere. However, it is not related to the Coanda Effect that we guessed initially.

We then analyzed the details of this phenomenon and drew some unexpected results. In our study, the most special is the strange precession phenomenon encountered in the experiment, which seems to be a complex and irregular movement. Through high-speed cameras, we deeply observe this series of precessions and discover the regular rules of the motion. Therefore, we further infer its mechanical properties to explain the reasons for this phenomenon.

壹、研究動機

我們在日常生活中，曾經看過有人將五彩繽紛的小球放在噴水柱上，隨著水柱高低的變化，小球就像是黏在水柱上跳舞，擊在球上的水滴噴濺開來，竟然不是四散開來，而是有一固定的方向，這讓我們感到相當驚艷，在好奇心的驅使下，我們進而思考，若改變水柱的流量、角度、高度或改變物體的形狀、大小、重心，是否會影響其運動？於是我們便一頭栽進這個實驗中，藉著操縱各項變因，討論其各項參數間的變化關係。

貳、研究目的

- 一、探討水柱流量與圓球平衡高度之關係。
- 二、改變物體形狀、大小、放置高度，探討其平衡高度變化。
- 三、改變水柱傾斜角度，探究其與平衡高度之間的關係。
- 四、探討水力懸浮的成因
- 五、探討圓盤在水柱上的轉速變化。
- 六、研究圓球在水柱上平衡時的進動現象。

參、研究設備及器材

一、硬體設備與器材

(一) 水管及調整閥組 (如圖 3-1)：利用雙重調控閥作為調整水流大小的依據，藉此可提供實驗較為穩定的水流。

(二) 水箱、支架、固定閥 (如圖 3-2)

(三) 玻璃滴管噴頭 (如圖 3-3)：藉由切割玻璃滴管尖端，改變其口徑大小，作為不同流量大小的噴頭。

(四) 黑色背景板、長尺、鉛錘 (如圖 3-4)：黑色背景利於水珠噴濺的拍攝，長尺、鉛錘作為軟體分析的標記。

(五) 高速攝影機、一般攝影機、腳架 (如圖 3-5)

(六) 圓球、圓盤 (如圖 3-6)

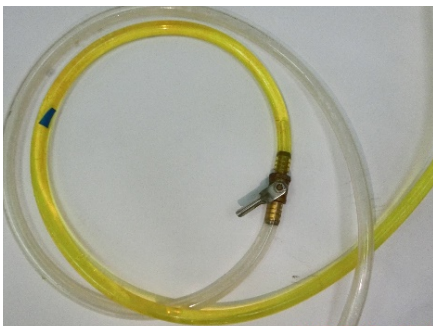


圖 3-1 水管及調整閥

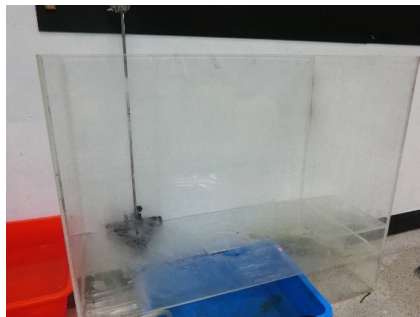


圖 3-2 水箱、支架、固定閥

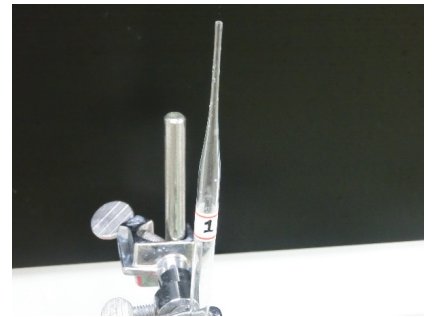


圖 3-3 滴管噴頭

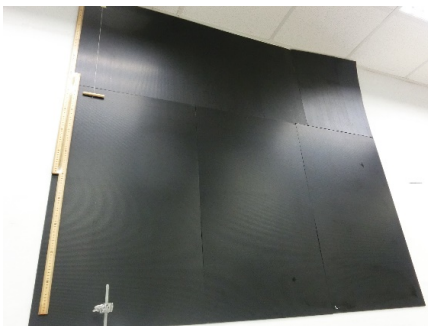


圖 3-4 背景板、長尺、鉛錘



圖 3-5 高速攝影機、腳架



圖 3-6 圓球、圓盤

二、軟體

(一) Tracker (如圖 3-7)

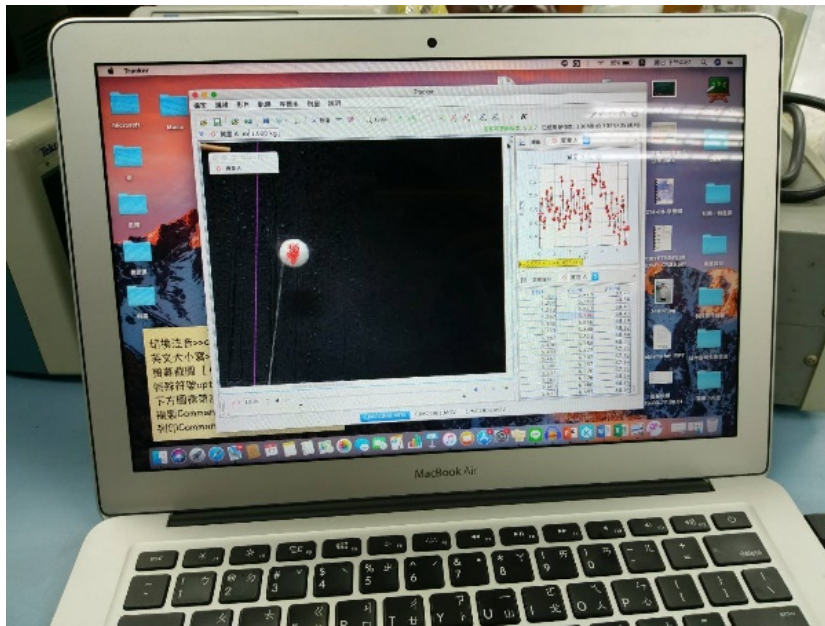


圖 3-7 Tracker

三、實驗儀器架構

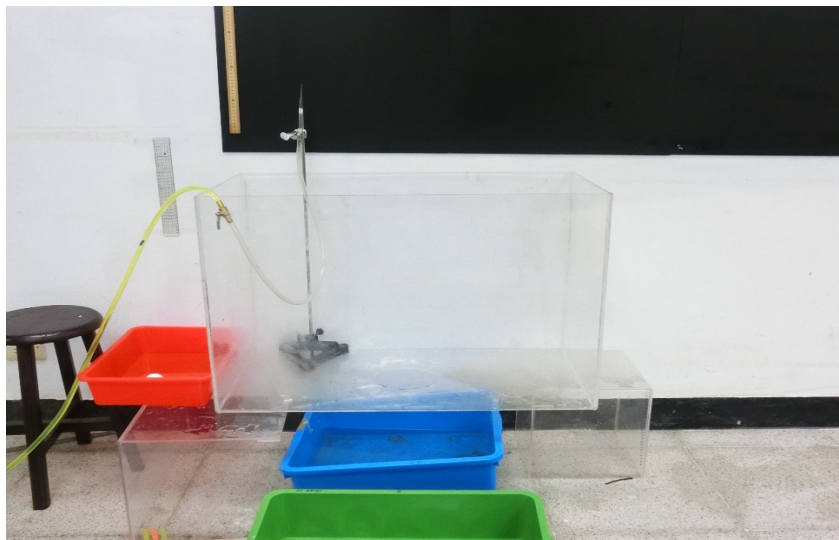


圖 3-8 實驗儀器架構

肆、研究過程與方法

一、實驗方法

(一) 此次實驗以垂直水柱高度作為流量的改變依據，藉由測量其水柱高度，可以對應出相對流量大小，而我們也利用不同口徑大小的玻璃滴管作為噴射頭，以改變其流量，並利用每十秒所累積之水量，加以計算平均每秒之水柱流量。

(二) 起初將水柱調至最高處（140 cm），透過圓球及圓盤釋放高度的不同，並利用高速攝影機錄製其軌跡及平衡高度，其中小球控制在水柱擊中物體中心時釋放，各釋放點重複操作 10 次，以求其最終能平衡機率，接著將水柱逐次遞減，分析其平衡高度變化。本次實驗所採用之物體，列於下表 4-1。

表 4-1 實驗物體

形狀	直徑	重量
圓球	5cm	1.26g
圓球	7cm	3.34g
圓球	9cm	7.16g
圓盤	9.2cm	1.22g

(三) 在物體平衡的界定上，我們以其能與水柱達成穩定的高度為準，如同被黏附在水柱上一樣（如圖 4-1），能定點轉動。

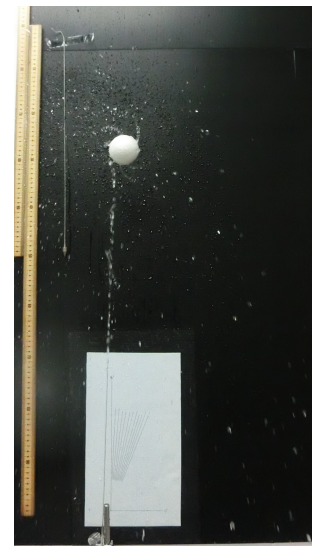


圖 4-1 平衡狀態

(四) 利用方格紙自製尺度較大的量角器（如圖 4-2），而量化水柱傾斜角度，並在相同流量下，調整其傾斜角度，同樣利用高速攝影機錄製其軌跡及平衡高度，接著改變水柱流量，並分析其平衡變化。傾斜角度以鉛垂線為 0° ，實驗逐次向右調整 1° 。

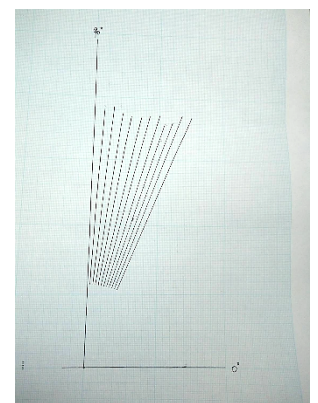


圖 4-2 自製量角器

(五) 探討圓盤在水柱上的轉速變化。先在圓盤上繪製十字（如圖 4-3），用以方便後續軟體分析其轉速。我們同樣調整不同水柱高（流量），並利用高速攝影機以每秒 240 格影格之速，錄製其轉速變化。



圖 4-3 圓盤轉速測定

(六) 深入研究物體震盪現象。將實驗中觀察到之特殊震盪現象錄製成影片，並分析其可能造成此現象的原因。

(七) 利用 Tracker 分析，並將數據做成圖表加以分析。
(如圖 4-4)

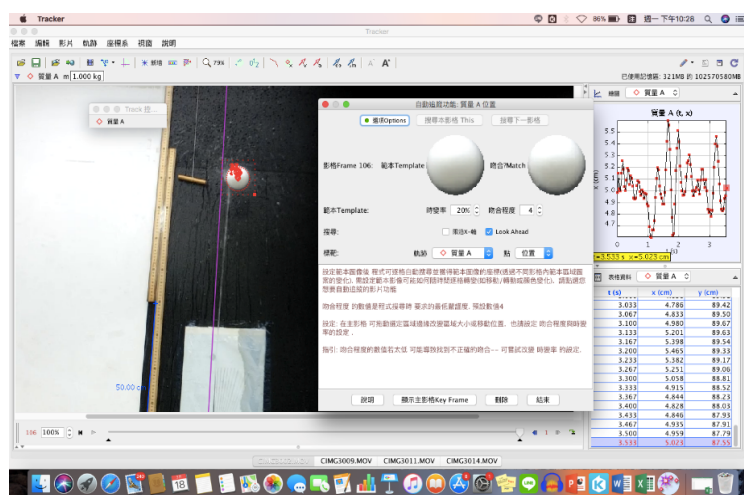


圖 4-4 Tracker 分析圖

伍、研究結果

一、流量測定：測量等高下不同口徑之水柱流量，並將各流量數據統整於下表（如表 5-1）。藉由水柱流量的測量，可依此分辨各滴管間的異同，以下將透過實驗，探討流量對於物體平衡高度變化的影響。

表 5-1 流量列表

水柱鉛直向上的 最大高度(cm)	滴管編號	流量(ml/s)		
		1	2	3
140	11.0	32.5	38.0	
120	10.3	28.5	34.5	
100	9.1	26.0	31.5	
80	8.2	24.0	27.8	
60	6.9	22.0	23.5	
40	5.8	17.0	18.3	

二、物體平衡：藉由 $y-t$ 圖可以發現，一段時間後，圓球高度趨於穩定狀態，故取其平均為平衡高度，以下實驗之平衡高度皆以此方法取而得。

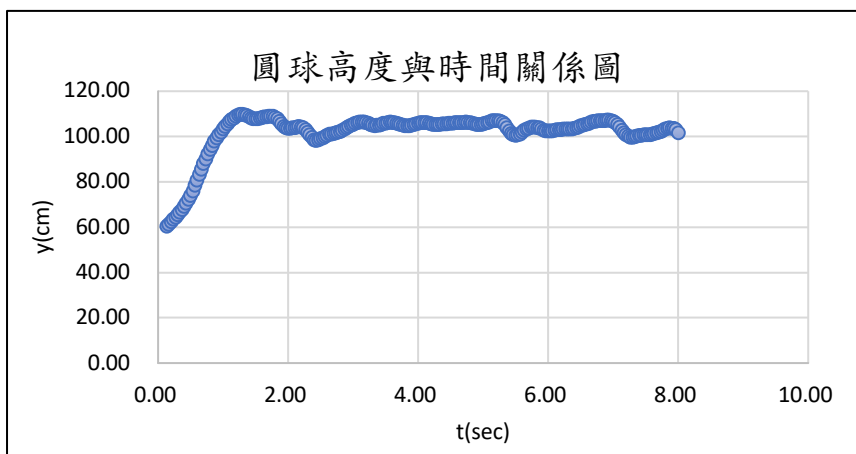


圖 5-1 圓球高度與時間關係圖

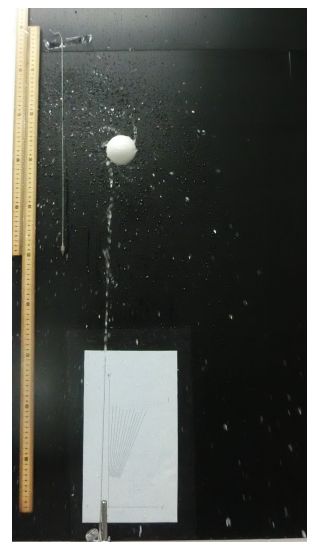


圖 5-2 平衡狀態

三、實驗一：探討物體放置高度及其平衡變化

(一)相同水柱高度下，我們以5cm圓球及滴管1做為實驗主體，改變圓球放置的起始高度，利用Tracker測量圓球高度與時間的關係，並觀察最終圓球的平衡位置。

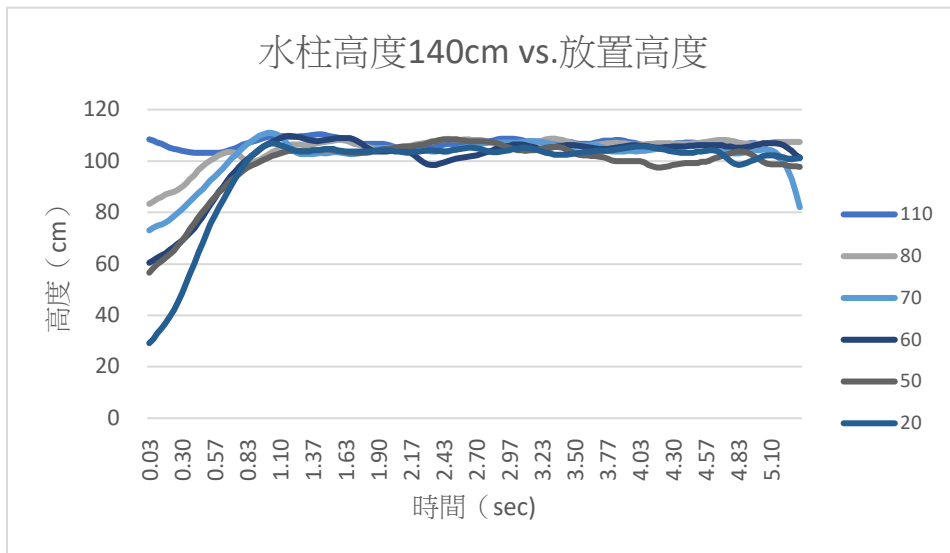


圖 5-3 水柱高度 140cm vs.放置高度

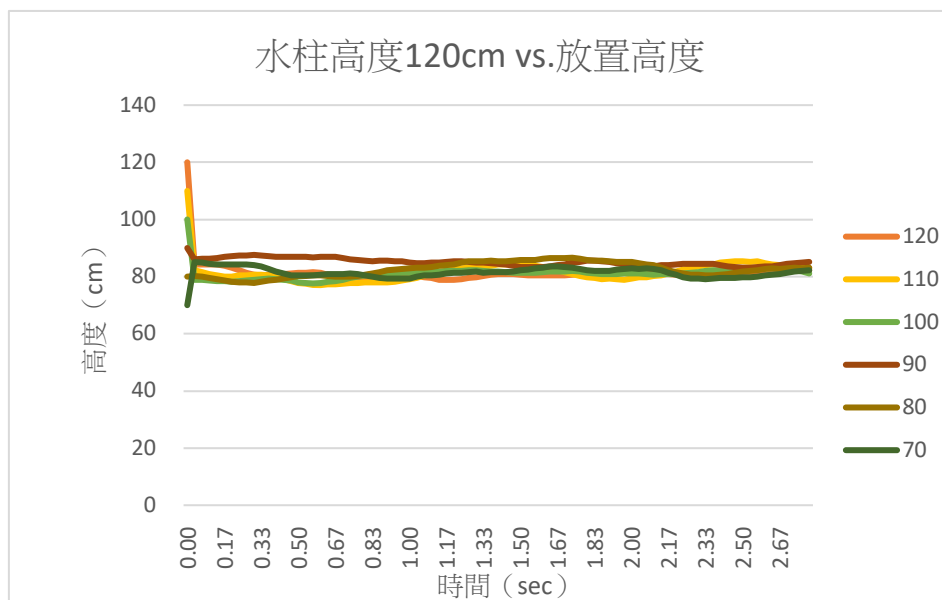


圖 5-4 水柱高度 120cm vs.放置高度

將各平衡高度數據重合比較後，可以清楚發現，無論物體放置位置在何高度，物體最終會平衡於相同高度。因此，之後實驗的操作即以此作為依據，僅考慮物體被水柱集中的點，而非在放置高度上。

(二) 5cm 圓球在不同放置高度及其成功平衡機率之研究。

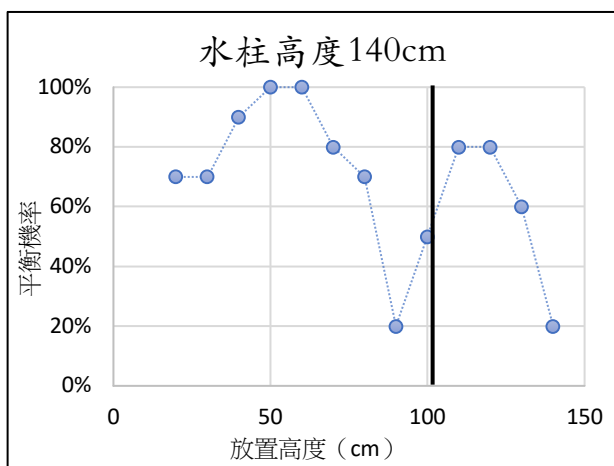


圖 5-5 水柱高度 140cm

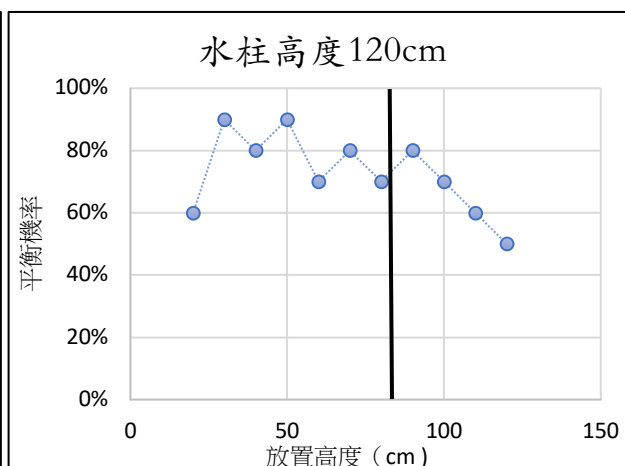


圖 5-6 水柱高度 120cm

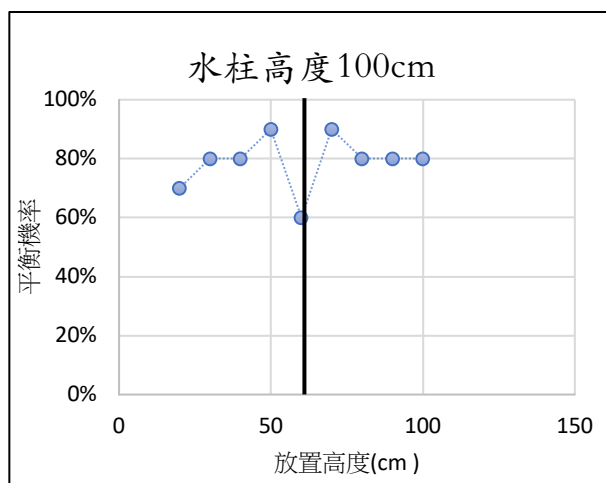


圖 5-7 水柱高度 100cm

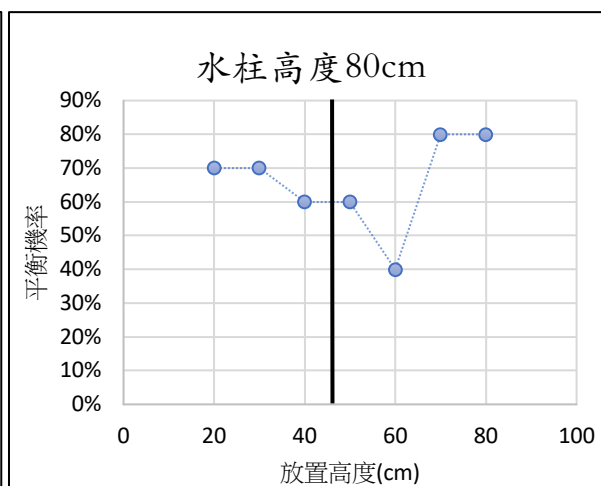


圖 5-8 水柱高度 80cm

由個別高度機率圖，可以看出四者皆有共同趨勢，即在放置高度最高及最低處成功平衡機率較低。我們在圖中繪製黑線表示其平衡高度，由此發現四者還有一個共同點，就是在接近平衡位置時會有機率偏低的現象發生，故整體折線圖走向呈現兩個峰的圖形。

討論：

小球從較低及較高位置放置時，運動方向會趨向最終平衡位置，也因小球和水柱有速度差，所以水柱會帶動小球轉動，在小球的位能及轉動的動能相互轉換下，最後能在平衡高度達到平衡。而在接近平衡位置放置時，由於小球起初會為了平衡其與水柱的速度差，而向上運動，到達特定高度時，小球切線速度大於平衡速度而開始下降，這段過程需耗時較長的時間，因而導致其平衡機率降低。但是，當小球在最高點或最低點時，水柱衝擊力遠大於小球本身重力，而使小球容易噴出水柱外，無法達成平衡，也進而造成機率較低的現象發生。

(三) 水柱高度與圓球平衡高度比較，我們同樣以直徑 5cm 圓球及滴管 1 做為實驗主體，水柱擊球點以球體正中心為基準。

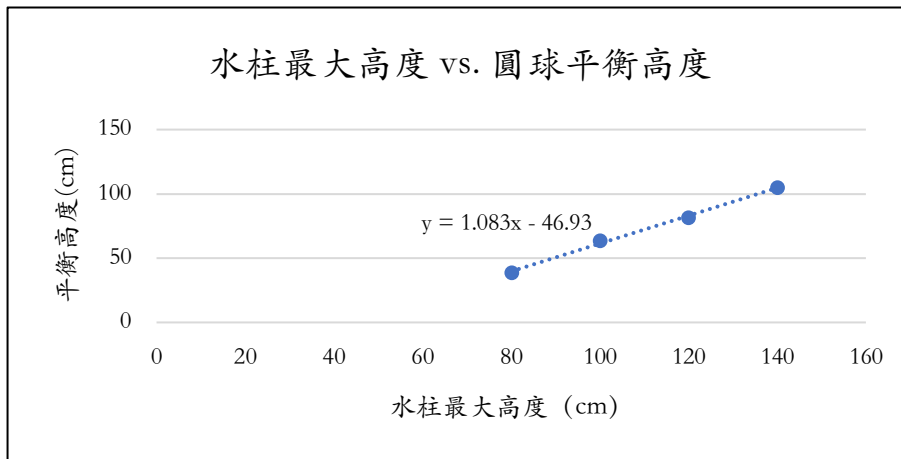


圖 5-9 水柱最大高度 vs. 圓球平衡高度

此圖可以明顯觀察到，水柱最大高度與圓球平衡高度呈正相關。隨著水柱高度的遞增，圓球平衡高度也以等差的方式上升。故可以清楚明白水柱高度與其最終平衡位置，有密切關聯。

(四) 水柱高度與圓盤平衡高度比較，我們同樣以直徑 9.2cm 圓盤及滴管 2 做為實驗主體。

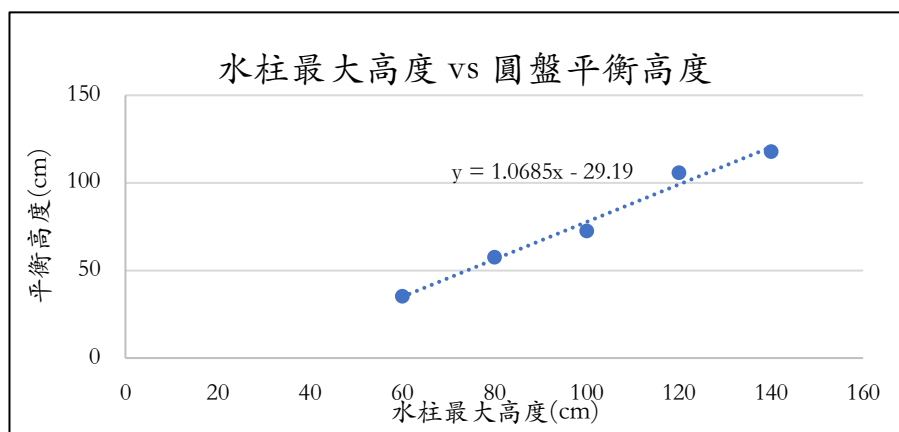


圖 5-10 水柱最大高度 vs. 圓盤平衡高度

此圖可以明顯觀察到，水柱最大高度與圓盤平衡高度也呈正相關。隨著水柱高度的遞增，圓盤平衡高度也以等差的方式上升。故可以清楚明白水柱高度與圓盤最終平衡位置，有密切關聯。

討論：圓球或圓盤要達成平衡，其切線速度要與其高度下的水柱速度相等

(由實驗三結果可知)，由白努力方程式可知，在使用固定的物體下，其能夠平衡的高度與水柱最高點不變，也就是平衡高度差一致 (如圖 5-11)，因此，當水柱最大高度愈高，物體的平衡高度也會上升。



圖 5-11 高度差示意圖

實驗討論：

- 一、圓球可以在水柱上穩定轉動，是因為水柱撞擊到圓球一側時，部分的水反彈噴出，此時水將對圓球產生 F_1 的作用力。另一部分的水因為附著力的關係，水附著於圓球上，並且帶動圓球轉動。當圓球轉動時，附著在圓球上面的水，因為作圓周運動需要向心力，圓球對水的作用力提供作為向心力，而其反作用力為水對圓球產生的 F_2 。若水柱入射圓球左側，因為圓球高速旋轉隨著水逐漸噴射出去，所以圓球左上半部的水較多，如圖 5-12。所以 F_2 會對圓球產生向左上方的作用力，由力圖可知圓球可以平衡在水柱上。
- 二、當圓球向右往水柱外偏移時，噴濺出去的水變少，因此 F_1 將變小。但附著於圓球上的水將會變多，於是 F_2 將會變大，所以對圓球的合力便會向左，於是會把圓球再拉回水柱內。若圓球向左偏向水柱內，其情況將會相反，對圓球的合力向將會向右，會把圓球拉出水柱外，所以圓球可以穩定的在水柱上轉動。

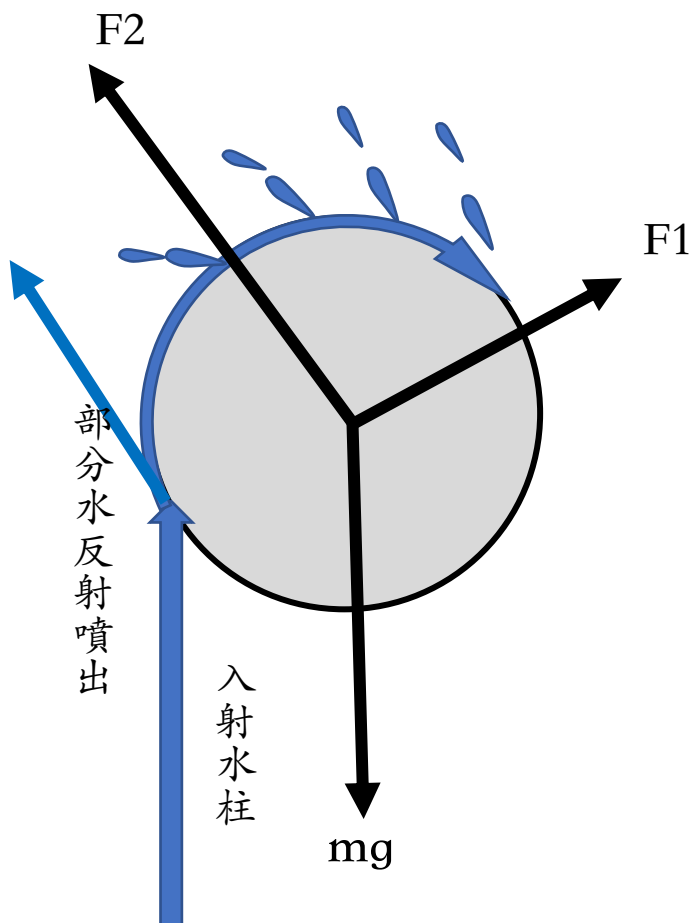


圖 5-12 圓球平衡力圖



圖 5-13 快門 1/4000 秒圓球



圖 5-14 一般攝影機拍攝畫面

四、實驗二：改變水柱傾斜角度，探究其與平衡高度之間的關係。

(一) 平衡時水柱最大傾斜角度。以 5cm 及 7 cm 的圓球、滴管 2 作為此實驗主體，藉由改變水柱高度，間接探討流量，對物體能夠平衡之最大傾斜角度的影響。

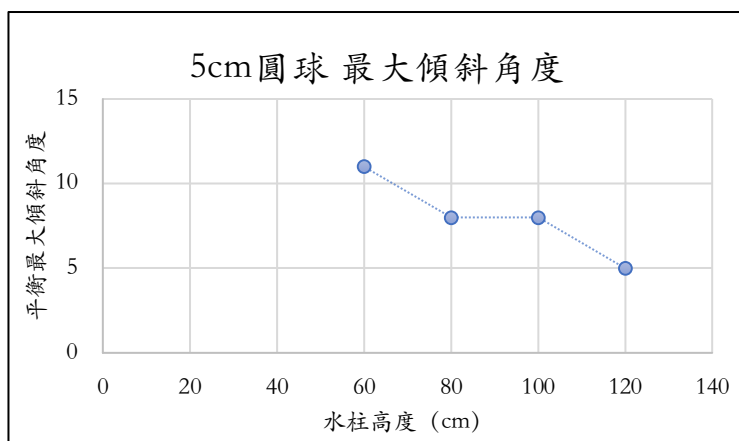


圖 5-15 5cm 圓球 最大傾斜角度

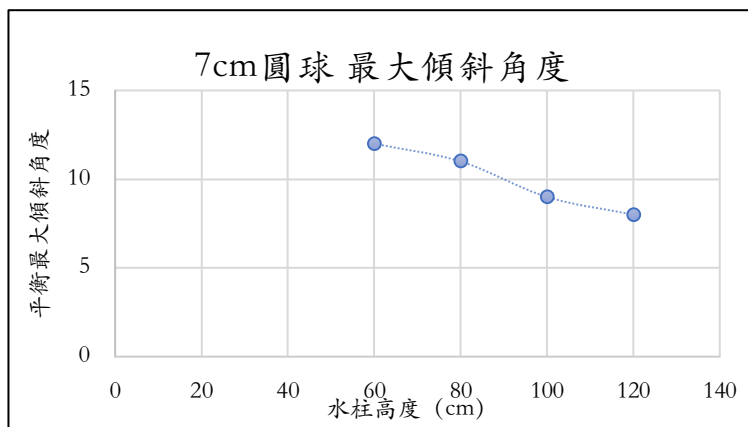


圖 5-16 7cm 圓球 最大傾斜角度

在實驗前，我有對於這個實驗做出一些推測，其中，我認為隨著水柱高度（流量）的提升，物體應能獲得更大的力，造成物體能懸浮於水柱上。然而，實驗結果卻與想像的恰好相反，水柱高度愈低，物體最終能平衡的水柱傾斜角度就越大。

討論：在相同的傾斜角度下，分析不同最大高度的水柱(如圖 5-17)，將水流軌跡圖平移至最高點疊合(如圖 5-18)，可看出達到平衡時，垂直速度相等，但是水柱最大高度較低者的水平速度較小，所以能平衡的最大角度較大，反之，水柱最大高度較低者，因水平速度太大，所以能平衡的最大角度較小(如圖 5-19)。

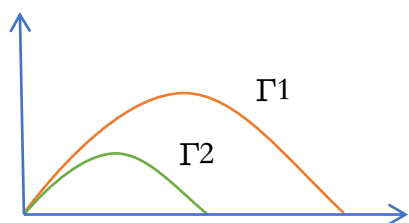


圖 5-17 不同水柱高度

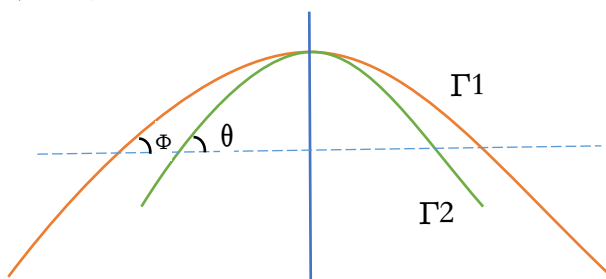


圖 5-18 軌跡疊圖比較

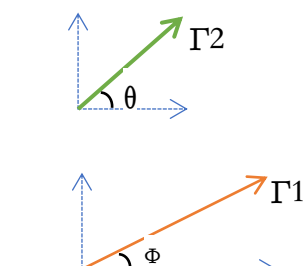


圖 5-19 速度分析

(二) 比較不同傾斜角度對物體平衡高度之影響。

1. 5cm 圓球

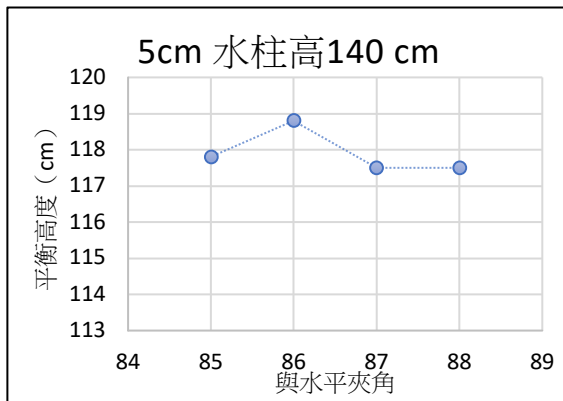


圖 5-20 5cm 水柱高 140 cm

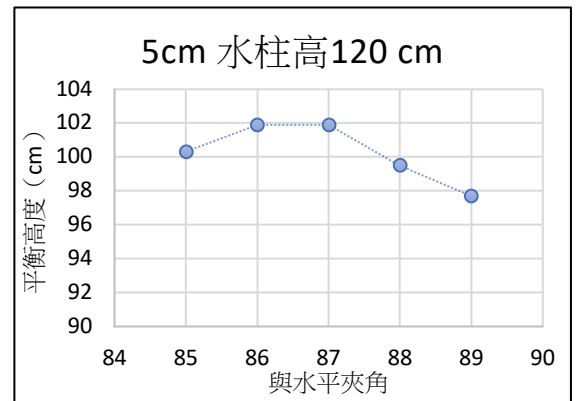


圖 5-21 5cm 水柱高 120 cm

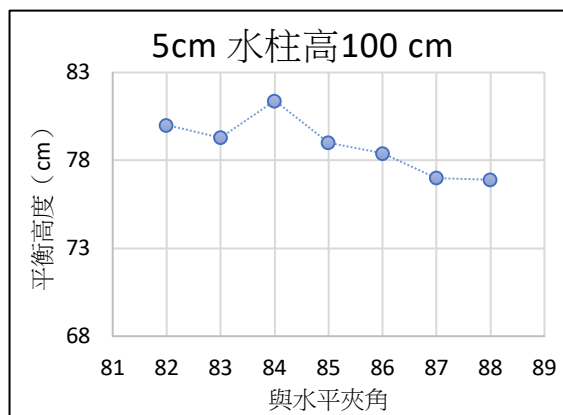


圖 5-22 5cm 水柱高 100 cm

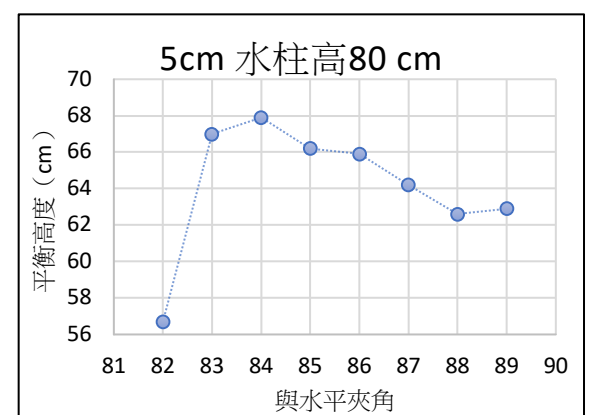


圖 5-23 5cm 水柱高 80 cm

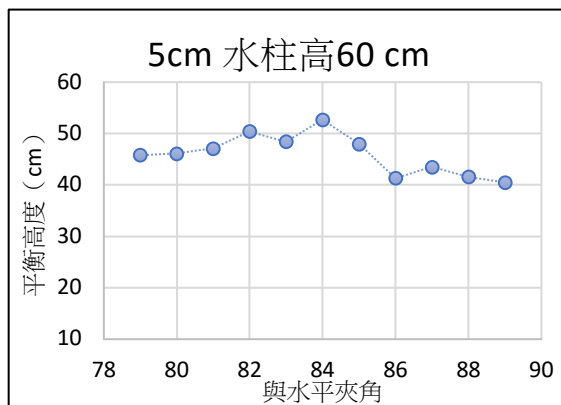


圖 5-24 5cm 水柱高 60 cm

由圖中可以明顯發現，5cm 圓球水柱高 120、80、60cm 的圖形，隨傾斜角度愈大，平衡高度即隨之增高，並在達最大傾斜角度時，平衡高度降低。這個結果也與我們想像的不同，我們原本認為，固定流量下，傾斜角度愈大，垂直水柱高度相對降低，故可推測平衡高度也應隨之下降，然而，經過實驗後，卻也可以透過圖中明顯發現其特殊的結果。

2. 7cm 圓球

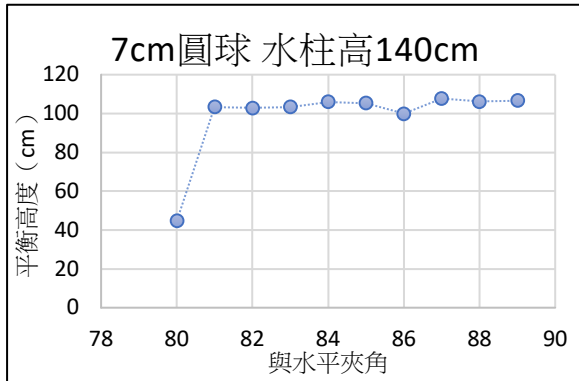


圖 5-25 7cm 水柱高 140 cm

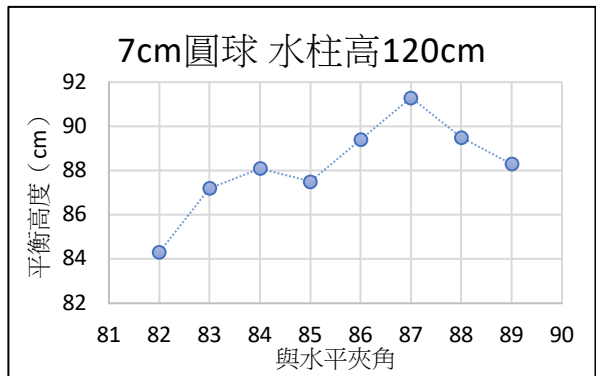


圖 5-26 7cm 水柱高 120 cm

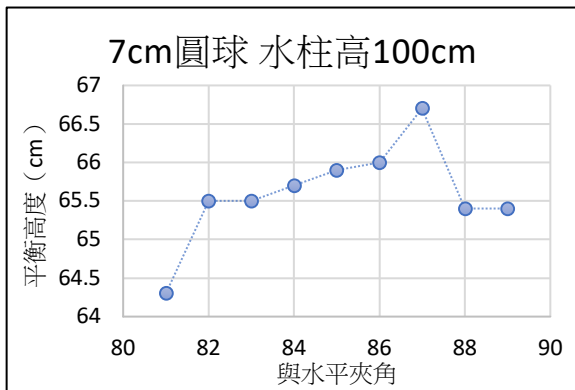


圖 5-27 7cm 水柱高 100 cm

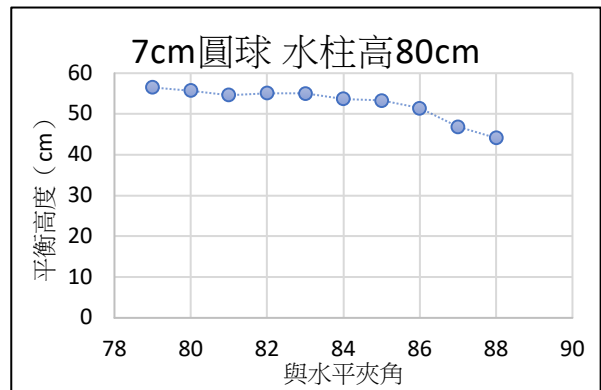


圖 5-28 7cm 水柱高 80 cm

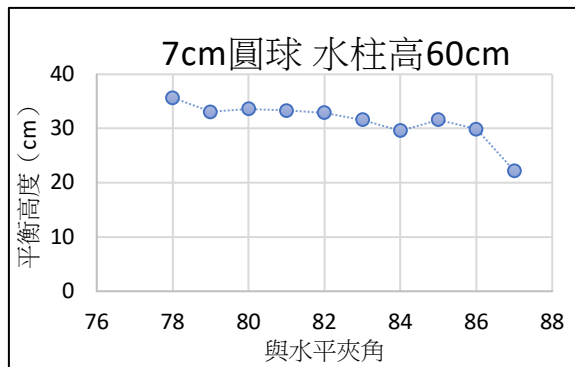


圖 5-29 7cm 水柱高 60 cm

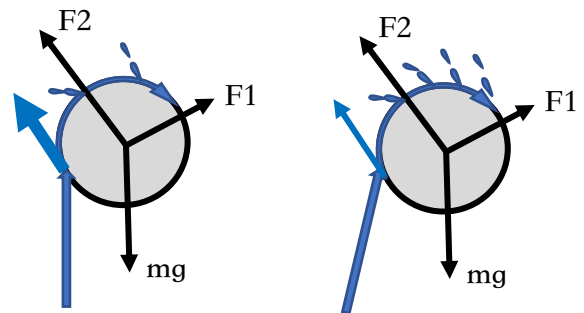


圖 5-30 示意圖

由圖中可以明顯發現，7cm 圓球在水柱高 120、100cm 時，其平衡高度有先升後降的趨勢，而在水柱高 80、60cm 的圖形，隨夾角愈大，平衡高度即隨之增高，相對於 5cm 圓球有較明顯的上升趨勢。

討論：當水柱傾斜角度增大時，水柱撞擊圓球噴濺出的水量相對減少，而附著於圓球的水量增多（如圖 5-30），所以圓球不需要太大的轉速就可以產生足夠向上的力，因此圓球平衡時轉速會略為降低，而使小球平衡位置會略微升高。若水柱傾斜角度再加大，大於圓球能上升的幅度，則因水柱最大高度下降所以平衡高度會逐漸下降。

3. 9cm 圓球

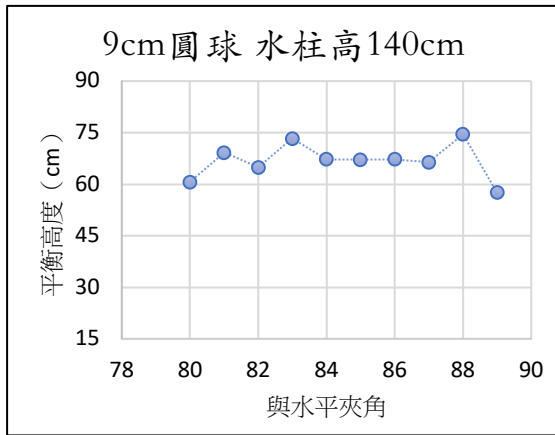


圖 5-31 9cm 圓球 水柱高 140cm

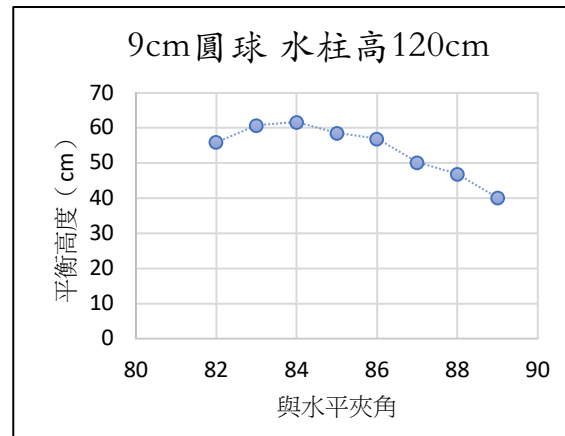


圖 5-32 9cm 圓球 水柱高 120cm

在 9cm 圓球水柱高 120cm 的圖中，隨著傾斜角度越大，圓球平衡高度先升後降，有類似 5cm 圓球在水柱高 120、80cm 處，所呈現的圖形，但同樣的，水柱高在 140cm 處，皆呈現較不一致的關係，推論可能為其水柱流量較大所致。

五、實驗三：測量圓盤轉速與水柱最大高度的關係

(一)為了探討水柱在不同高度下之速度，沿物體切面所造成之運動關係，我們利用測量圓盤轉速，藉以深入分析。

(二)利用白努力方程式，求得平衡位置之水柱速度，並以圓盤轉速求得圓盤平衡時之切線速度。

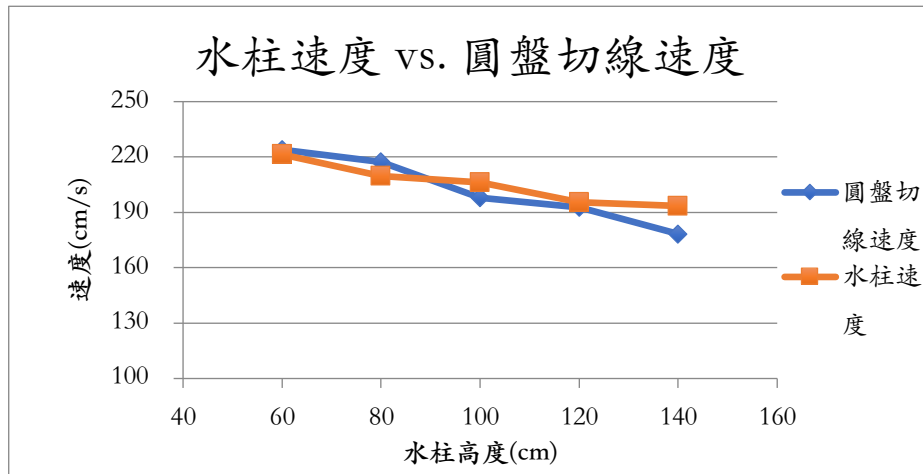


圖 5-33 圓盤切線速度及水柱速度

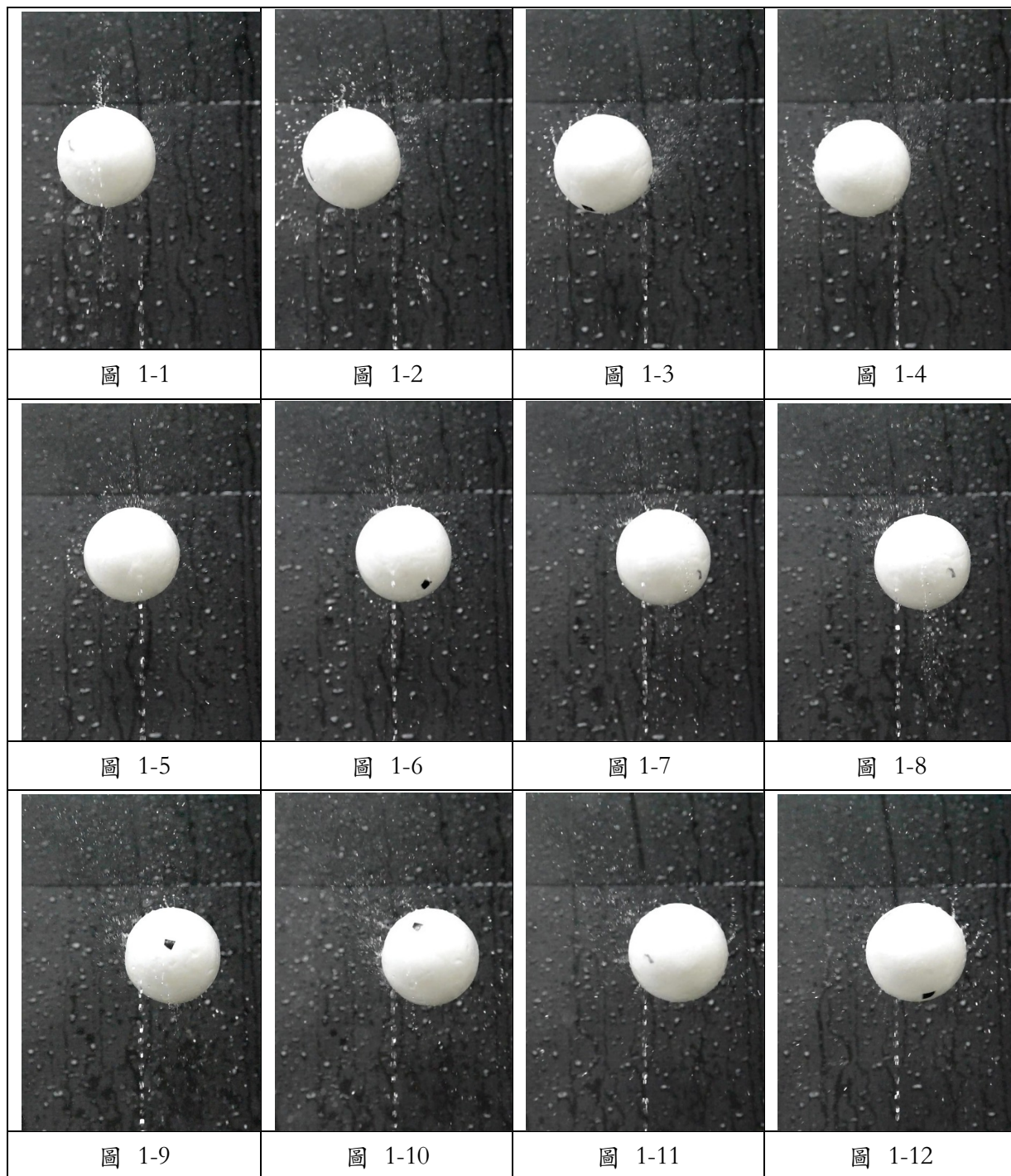
透過比較兩者之關係圖後，可以看出隨著水柱高度漸增，圓盤轉速也逐漸下降，兩者呈線性關係，且數據相當接近。

討論：由實驗結果可知，圓盤切線速度與平衡位置之水柱速度大致相同，故可以推論圓盤或圓球的轉動是由水柱附著於物體切面的水滴而帶動，這與康達效應的作用不盡相同，藉由此實驗可以明顯看出兩者的差別。

六、實驗四

(一) 圓球於水柱上平衡時的進動現象

我們實驗時無意中發現，若使用截面積較小水柱與較大的圓球在實驗中達成平衡時，有時圓球會生進動的現象，這是在使用較大水柱所沒有發現的。這讓我們想進一步研究這個圓球奇特的現象。



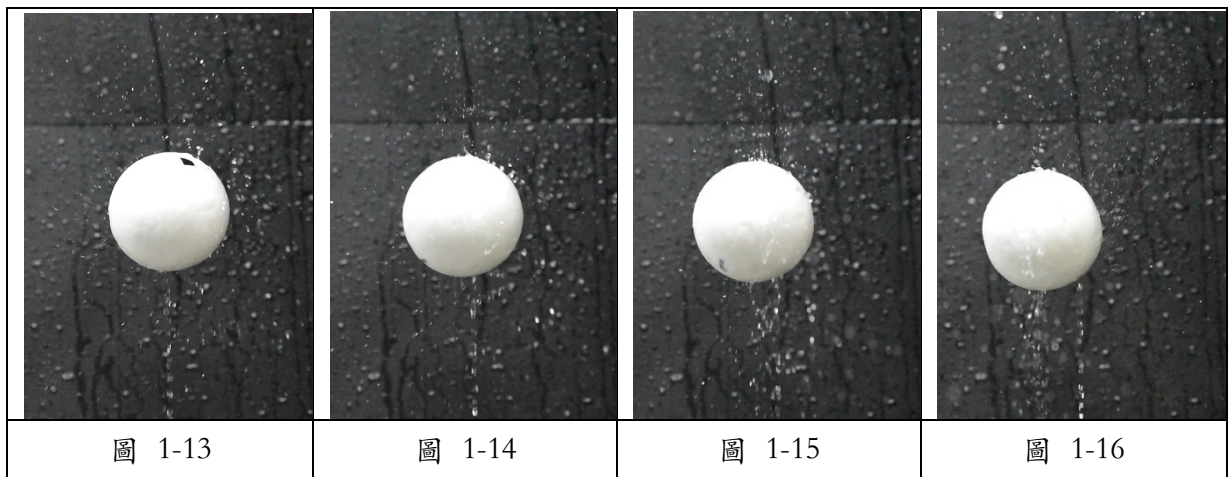


圖 5-34 圓球進動現象

實驗討論：

1. 其原因為截面積較小水柱為了讓大圓球平衡於水柱上，需用較快的水柱速度才能平衡。平衡時大圓球轉速較高，此時其所產生的角動量也較大。若此時水柱偏移圓球的最大圓周時，圓球仍然可平衡於水柱上。雖然水柱速度較快，但因入射水柱截面積小，因此流量速率並未太大。所以圓球並未往水柱入射切線方向轉動，而是維持原來的角速度方向轉動，如圖 5-35。

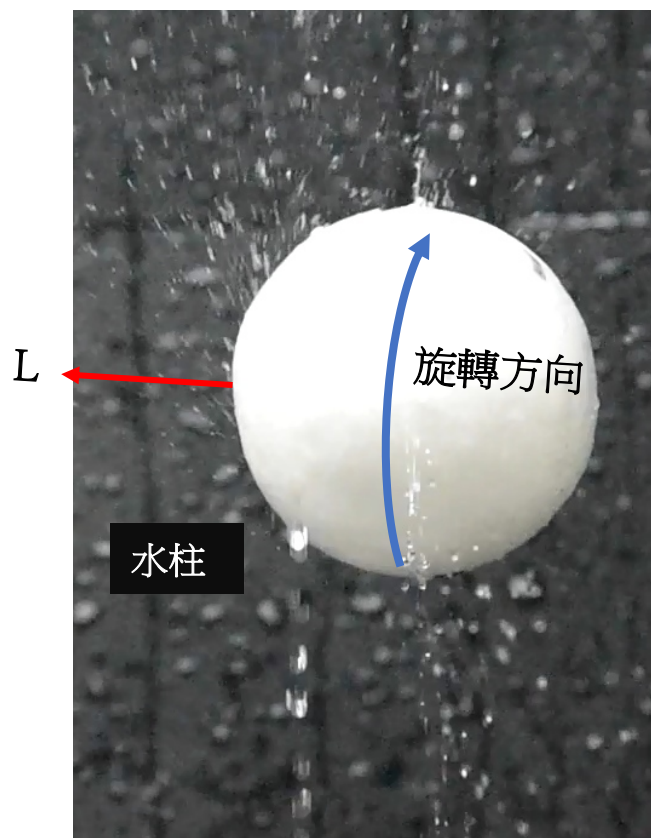


圖 5-35 轉動示意圖

2. 當水注入射方向偏移後，此時重力對水柱沖擊點所產生的力矩，不僅維持讓圓球繼續高速維持旋轉，更讓圓球的角動量方向發生偏轉，所以圓球會以水柱沖擊點為圓心而產生進動的現象。

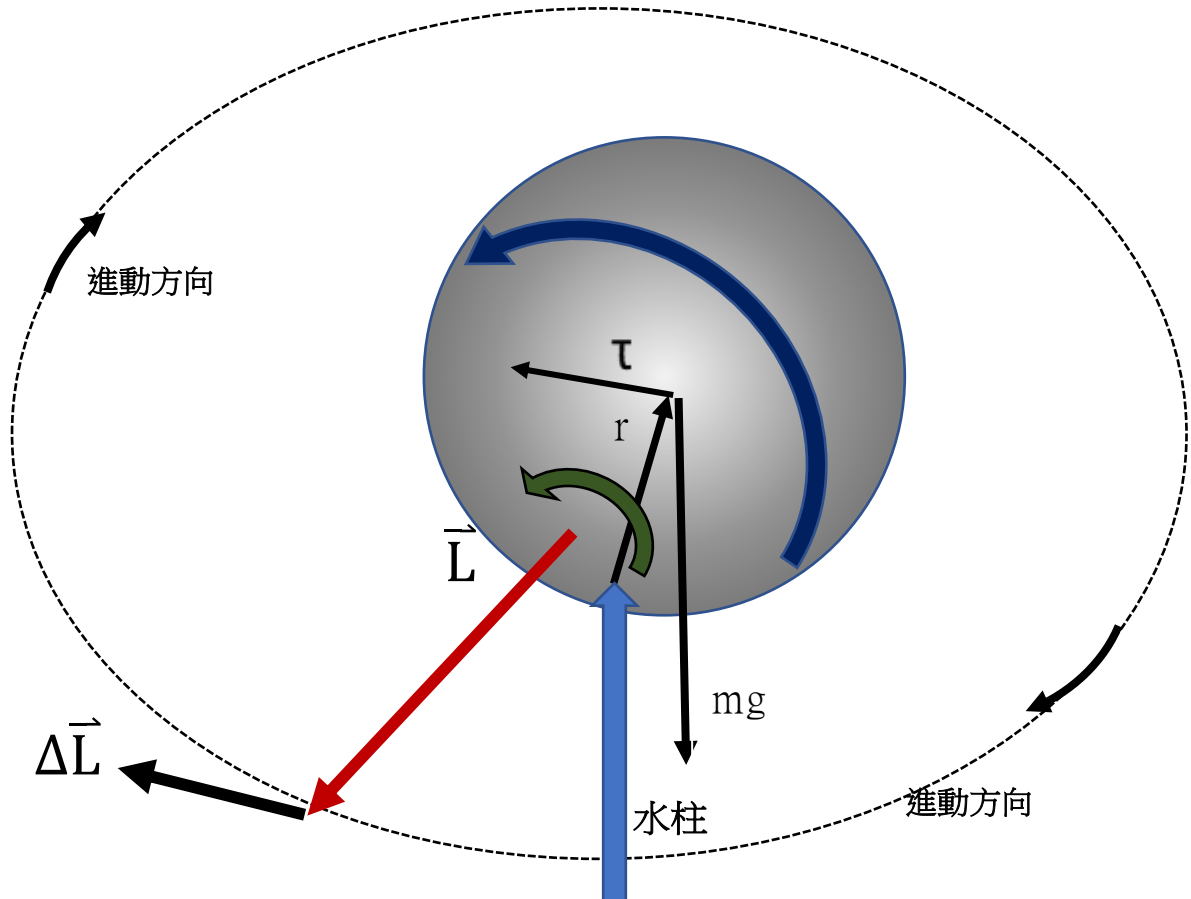


圖 5-36 進動示意圖

(二) 圓球於水柱上平衡時的來回進動現象

當圓球在水柱上發生進動現象時，我們微調水柱方向使其略為傾斜時，此時發現圓球不再作完整的進動運動，而是發生來回進動的現象。

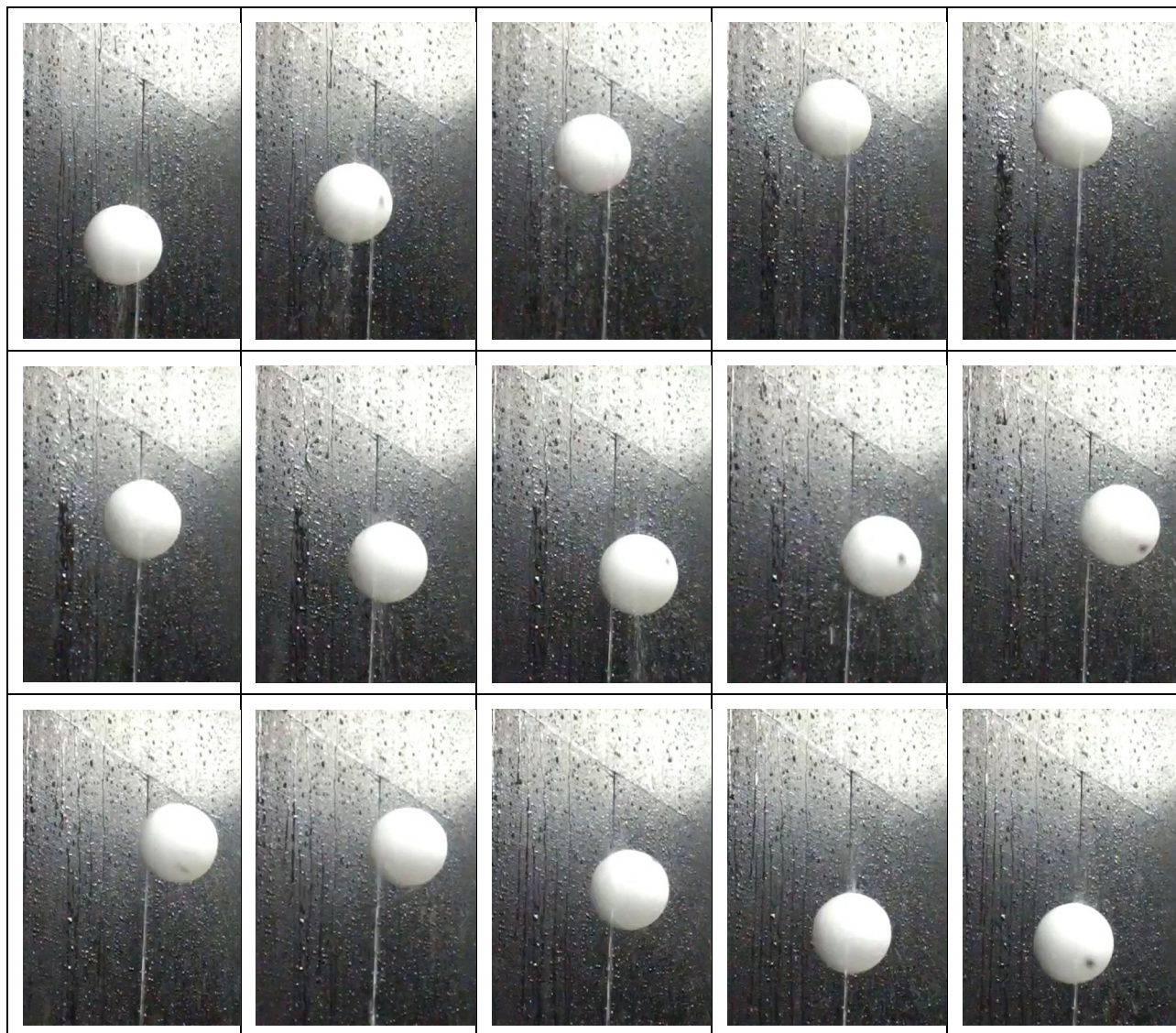


圖 5-37 圓球來回擺動的進動現象

實驗討論：

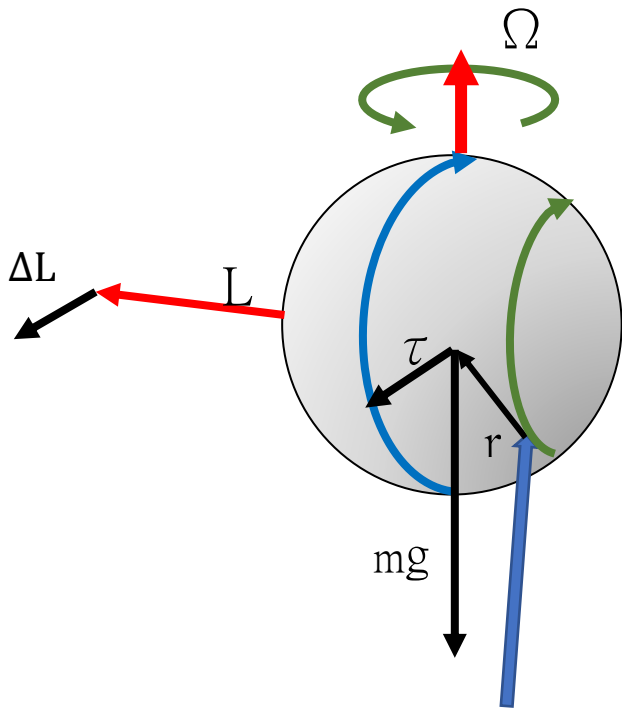


圖 5-38 來回進動

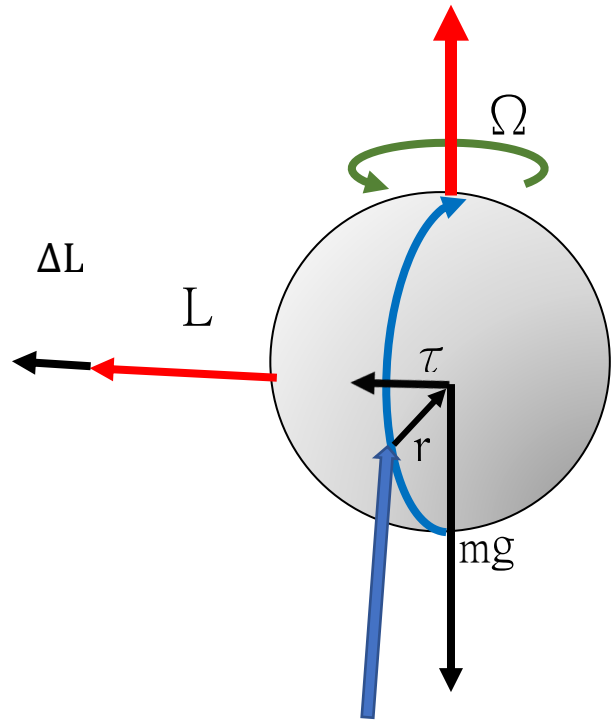


圖 5-39 來回進動

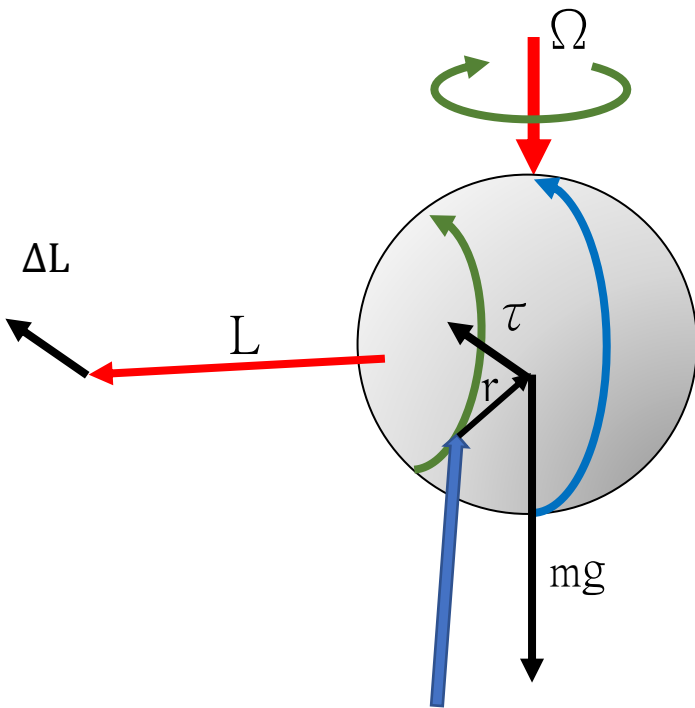


圖 5-40 來回進動

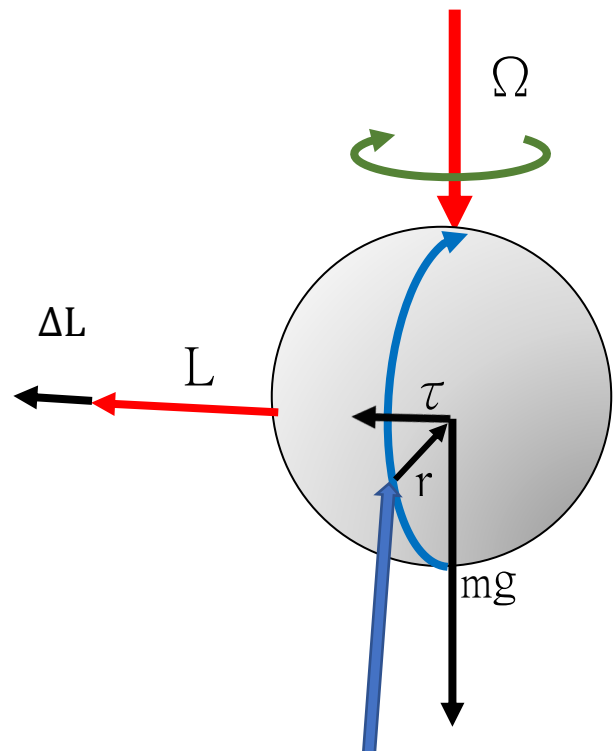


圖 5-41 來回進動

1. 水柱入射點在圓球的右下側時，圓球依然會照原方向產生高速轉動（如圖 5-38）。此時重力對水柱入射點所產生的力矩，使圓球產生進動，由上往下看為逆時針方向進動。
2. 水柱入射點若偏向更小圓周處，圓球的轉速將會增快。所以圓球所受向上的分力將會增大，因此圓球高度開始上升。因為水柱略傾斜的原因，當圓球高度上升時，水柱入射點將會往最大圓周偏移。當圓球上升到最大高度時，此時水柱入射點正好於最大圓周處。而接著圓球的高度開始下降，所以水柱入射點將會偏向圓球的左下方，這時產生的力矩將會使圓球產生反方向的進動，由上往下看為順時針方向進動（如圖 5-40）
3. 因此圓球的將會有週期性來回擺動的進動現象，並且高度也同時發生高低變化的有趣現象。

陸、結論

- 一、圓球放置位置並不影響其最終平衡高度，僅會造成平衡機率的不同。由實驗結果可知，圓球放置高度最高及最低處成功平衡機率較低，而在平衡高度附近放置，也會有平衡機率較低的現象發生。
- 二、由實驗結果可知，水柱最大高度與平衡高度呈正相關。隨著水柱高度的遞增，物體平衡高度也以等差的方式上升。
- 三、水柱高度（流量）愈低，圓球最終能平衡的水柱傾斜角度反而越大。但由實驗結果，卻也可以發現水柱高在 120cm 時能傾斜的角度最低，其餘高度平衡時水柱最大傾斜角度皆大於 120cm 水柱。
- 四、水柱傾斜角度會影響圓球之平衡高度，由實驗結果可知，當水柱與水平夾角增加時，平衡高度大致呈現先升後降的趨勢。
- 五、由實驗結果可以看出平衡位置之水柱速度略大於圓盤切線速度，但兩者數據相當接近。
- 六、以小截面水柱與直徑較大的圓球，較容易產生進動現象。若將水柱傾斜，則會使圓球在水柱上擺動，產生來回進動現象。

柒、參考資料及其他

- 一、杜鳳棋、陳俊勳 流體力學（2004 年 8 月）三民書局股份有限公司 p.99~p.144
- 二、Hydrodynamic Levitation Explained
<https://zh.scribd.com/document/359127664/Hydrodynamic-Levitation-Explained>
- 三、Hydrodynamic Levitation! <https://m.youtube.com/watch?v=mNHp8iyyIjo&t=23s>
- 四、The fact behind Hydrodynamic Levitation <https://engineeringmaster.in/2017/08/26/the-fact-behind-hydrodynamic-levitation/>

【評語】 160009

1. 主題的新穎性：水柱懸浮小球，有再探究的空間。
2. 實驗設計：探究附著在圓球上的水產生附著力的影響，有新穎見解。
3. 數據、分析的創新性、內容完整性：討論多數變因，能做邏輯歸納，能配合理論推導討論，內容物理變數已基本完整。