

中華民國第 62 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科

佳作

051821

高斯光束照射橄欖油產生繞射的研究

學校名稱：國立嘉義高級中學

作者： 高一 吳子謙 高一 張夏睿	指導老師： 林芳妃 陳勇政
-------------------------	---------------------

關鍵詞：高斯光束、自調相、熱透鏡

摘要

高斯光束(Gaussian beam)穿過透明液體時，對液體局部加熱，使液體有溫度梯度，伴隨著產生折射率梯度。葉綠素-a(Chlorophyll-a)乙醇溶液對紫光的熱吸收率為乙醇的數百萬倍，橄欖油的葉綠素-a 含量很高，利用高斯光束照射橄欖油時，橄欖油吸收的大量的熱量產生折射率梯度，以及產生熱透鏡(Thermal lens)和自調相(Self-phase modulation)現象。

以雷射光照射橄欖油，由於熱透鏡現象使光束擴張成大亮點(半徑 R)，由於自調相現象使光束在屏幕上產生繞射圖樣(繞射亮紋數目 N)。圓柱筒裝橄欖油(液柱長度 a)，用不同功率的雷射照射橄欖油，探討吸收的熱量對 R 和 N 的影響。另外使光束先經凸透鏡聚光再照射低熱吸收率的色素水溶液做對照比較。

壹、前言

一、研究動機

網路上看到用綠色雷射光筆照射橄欖油會發出螢光，由螢光的顏色可判斷橄欖油品質的優劣。拿一隻綠光光筆水平照射裝在方型盒的橄欖油時，在盒子的側面的看到螢光，在光線照到的牆壁上，居然出現繞射條紋，引起我們探究這現象的興趣。

二、研究目的

- (一)、實驗探究光束通過橄欖油產生的折射和繞射現象。
- (二)、以色素水溶液取代橄欖油做比較對照實驗。

三、文獻回顧

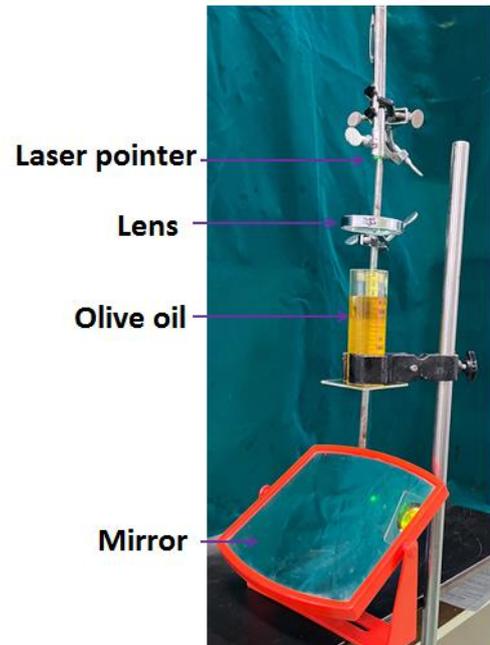
- (一)、W. T. Lee (2014) [1] 用紫色雷射光筆照射菠菜葉，菠菜葉中的葉綠素激發出紅、橙、黃、綠…等波長比紫光短的螢光，這些螢光和散射的紫光混合成白光。
- (二)、羅宇佑 (2021) [2] 在冷源上方放置透明介質，介質的溫度由上往下漸減，形成溫度梯度和折射率梯度，雷射光照射時，光束偏移，而且隨時間改變其偏移量；熱擴散係數(Thermal diffusivity)固定的介質，其偏移量隨時間的增大而增大，到極大值後緩慢地減少。熱擴散係數非固定的介質，其偏移量在特定的溫

度範圍下會漸減後再增大。

(三)、R. F. Turchio (2017) [3] 以凸透鏡會聚紅光雷射照射盛醬油的方型盒，產生熱透鏡(Thermal lens)現象。

(四)、M. S. Ribeiro (2020) [4] 以功率較大的綠光雷射經凸透鏡會聚後，照射盛醬油的方型盒，產生自調相(Self-phase modulation)現象。

(四)、本實驗以低功率的雷射直接照射橄欖油，產生熱透鏡和自調相現象。



圖一. 實驗裝置.

貳、研究設備及器材

一、雷射光筆

1. 532 nm 綠光 20mW, 10mW 各一隻。
2. 632nm 紅光 20mW, 5mW 和 1mW 各一隻。

二、容器

1. 壓克力製方型盒長 10cm 寬 5cm 高 7cm。
2. 壓克力製圓柱筒半徑 3cm 高 12cm。

三、橄欖油

1. 橄欖油(A):含有葉綠素 8 ppm。
2. 橄欖油(B):含有葉綠素 4 ppm。

四、其他

1. 照度計。
2. 凸透鏡(焦距 14.0cm)
3. 照相機，KMPlayer 播放程式，Microsoft Excel。
4. 黃色素，蒸餾水。

參、研究過程或方法

一、原理

(一)、高斯光束

1. 雷射光筆發出高斯光束(Gaussian beam)，其能量分布由軸心輻射狀的

逐漸減少，如圖二所示。

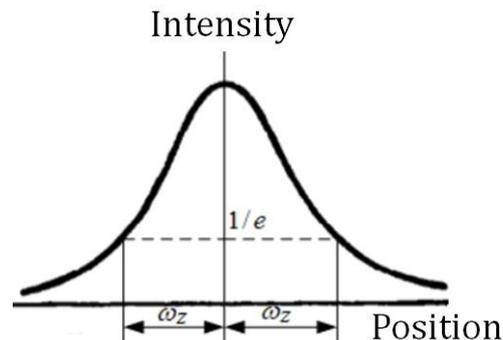
$$I = I_0 e^{-r^2/\omega_z^2}$$

I_0 :軸心的強度

I :距離軸心 r 處的強度

ω_z :強度為軸心 $1/e$ 的位置。

2. 當高斯光束通過透明液體時，部分能量被液體吸收，液體溫度由光束中心軸輻射狀的往外遞減，形成溫度梯度(dT/dy) 和折射率梯度(dn/dy)。



圖二. 高斯光束.(2D 示意圖)

(二)、高熱吸收率的橄欖油

1. 比爾-朗伯定律(Beer-Lambert Law)

(1) $I_2 = I_1 e^{-A} \dots$ (1) I_1 :入射光的強度，

I_2 :通過液體後光的強度， A :光的吸收度

(2) $A = \alpha a C \dots$ (2) α :吸收係數， a :光通過液體的長度， C :溶液的體積莫耳濃度。

2. 圖三所示:葉綠素-a(Chlorophyll-a)乙醇溶液

對 波長 427nm 紫光的熱吸收係數 $\alpha = 1.12 \times 10^5 \text{ cm}^{-1} \text{ M}^{-1}$ 為乙醇的百萬倍。

對 632nm 的紅光， $\alpha = 0.087 \times 10^5 \text{ cm}^{-1} \text{ M}^{-1}$ ，對 532nm 的綠光， $\alpha \approx 0$ ；

葉綠素-b(Chlorophyll-b)乙醇溶液對 427nm 紫光的熱吸收率

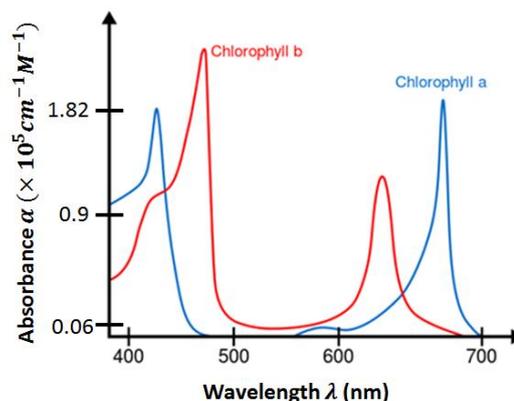
$\alpha = 1.82 \times 10^5 \text{ cm}^{-1} \text{ M}^{-1}$ 。對 632nm 的紅光， $\alpha = 0.64 \times 10^5 \text{ cm}^{-1} \text{ M}^{-1}$ ，對

532nm 的綠光 $\alpha = 0.058 \times 10^5 \text{ cm}^{-1} \text{ M}^{-1}$ [5]。

3. 市售的葉綠素由菠菜葉萃取，售價每毫克高達 2 萬元，而且不易保存；橄欖油(A)含有的葉綠素 8ppm [一公斤的橄欖油(A)含葉綠素 8 毫克]，用它做實驗可節省大量經費。

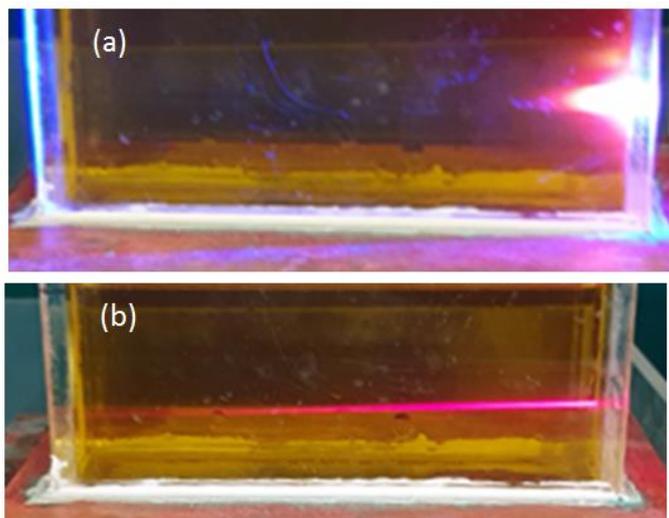
3. 圖四(a)所示: 紫光雷射由右至左照射盛橄欖油的方型盒，橄欖油吸收的熱幾乎全部用來激發螢光，無發穿過寬 10cm 的方型盒。圖四(b)所示: 紅光雷射由右至左照射盛橄欖油的方型盒，橄欖油吸收的熱部分用來激發螢光，部分的熱加熱橄欖油，利用照度計測得紅光通過 $a=10\text{cm}$ 的橄欖油 $I_2 = 0.048I_1$ 。

4. 綠光的熱吸收率 α 僅為紫光的百分之三，照射盛橄欖油的方型盒時，從盒的側面只看到微弱的螢光(照相機的解析度不夠無法拍出清晰照片)，橄欖油吸



圖三. 葉綠素 a 和葉綠素 b 熱吸收率隨照射光的波長改變 [5]。

收的熱絕大部分用來加熱橄欖油，穿過的光束在屏上出現顯著的熱透鏡和自調相現象。



圖四. 雷射光照射橄欖油時會發螢光(a)紫色光束從右方射入被葉綠素吸收，激發出藍光、綠光、黃光、橙光和紅光等可見光，和散射的紫光混合成白光；光束的能量逐漸減少，激發出黃光、橙光和紅光，混合橙紅色。(b)紅色光束從右方射入被葉綠素吸收，激發出紅外線，光束的能量逐漸減少。

(三)、熱透鏡

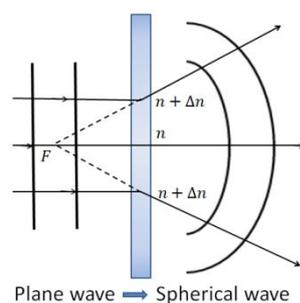
1. 圖五所示，高斯光束穿過盛透明液體的方型盒，液體的溫度由中央軸往外遞減，折射率則往外遞增，形成折射率梯度。
2. 光束的波前是平面波，抵達方型盒的左側後中心軸上的光線穿過折射率 n 的液體，光速

$$v_1 = \frac{c}{n}, \text{ 鄰近的光線穿過折射率 } n + \Delta n \text{ 的液體，}$$

$$\text{光速 } v_2 = \frac{c}{n + \Delta n}, v_1 > v_2. \text{ 通過盒右側的光束變}$$

成球面波。

3. 出射的光線和球面波的波前垂直，由F點發散，這個方型盒相當於一面凹透鏡，稱為熱透鏡。



圖五.平面波穿越有折射率梯度的介質後形成球面波，平行中心軸的入射線由F點發散，介質相當於一面凹透鏡。

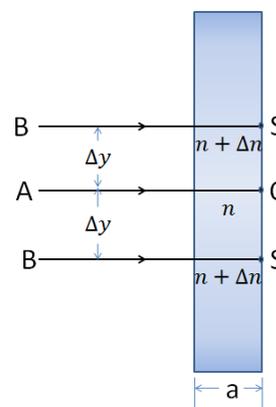
(四)、自調相

1. 圖六:高斯光束照射方型盒(寬度 a)裝有折射率梯度的液體，中心軸光線(A)通過盒的時間 t_1 ，鄰近的光線(B)通過盒的時間 t_2 ，

$$t_1 = \frac{a}{c/n}, t_2 = \frac{a}{c/(n + \Delta n)}$$

兩光線通過方型盒的時間差 Δt

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{a\Delta n}{c}$$



圖六.光束照射有折射率梯度的液體產生自調相。

$$\text{相位差 } p = \frac{\Delta t}{T} = \frac{a\Delta n}{\lambda} \dots (3)$$

2. 高斯光束照射液體產生折射率梯度，鄰近的光線通過同長度的液體有時間差，亦即有相位差，稱為自調相。

(四)、自調相光源的繞射

1. 圖七: 光束中的兩光線 A 和 B 相距 Δy ，分別穿過折射率 n 和 $n + \Delta n$ 的兩位置，抵達盒邊 S 和 O 兩點的時間差 $\Delta t =$

$$t_2 - t_1 = \frac{a\Delta n}{c} \quad , \quad \text{相位差 } p = \frac{a\Delta n}{\lambda}$$

2. P 為屏幕上的一個腹點，距離中央線

r_m ;

$$|\overline{PS} - \overline{PO}| = (m + p)\lambda \approx (\Delta y)\sin\theta \approx$$

$$(\Delta y) \frac{r_m}{L} \quad (m = 1, 2, 3 \dots)$$

$$\rightarrow r_m = \frac{L}{\Delta y} (p + m)\lambda = L \left(a \frac{\Delta n}{\Delta y} + \frac{\lambda m}{\Delta y} \right) \dots (4)$$

3. 光束通過橄欖油產生同心圓狀的繞射圖樣，最外圍的亮紋半徑 R ， $R = L \left(a \frac{\Delta n}{\Delta y} +$

$$\frac{\lambda m}{\Delta y} \right) \dots (5)$$

$$\frac{dn}{dy} = \left(\frac{dn}{dT} \right) \left(\frac{dT}{dy} \right) \dots (6)$$

4. 亮紋數 N ， $N = \frac{\psi_0}{2\pi} = p = \frac{a\Delta n}{\lambda} \dots (7) \quad [4]$ 。

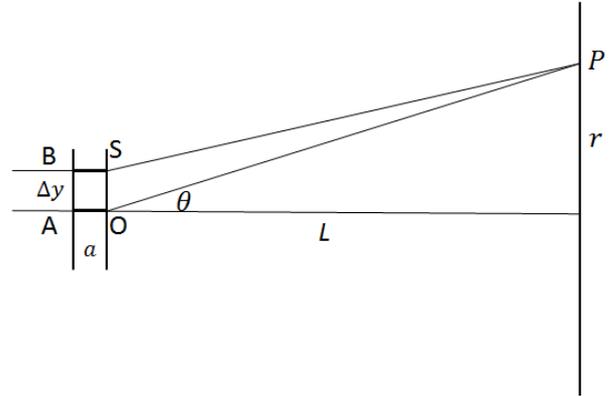
ψ_0 : 相角差。

$\left(\frac{dn}{dT} \right)$: 折射率隨溫度的變化，本實驗使用的

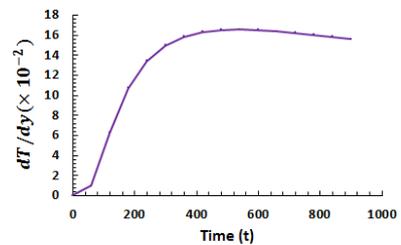
液體都是溫度越高折射率越小， dn/dT 為

負值。 dT/dy 液體熱擴散時的溫度梯度，

dT/dy 隨時間(t)的變化如圖七所示。[2]



圖七.自調相光源的繞射。



圖八.液體熱擴散時，溫度梯度 (dT/dy) ，隨時間(t)的變化關係圖。

二、實驗步驟

一、方型盒水平置放

1. 方型盒盛待測液置放在雷射光筆出口處，打開雷射，屏幕上出現繞射圖樣。
2. 打開照相機對著屏幕，調整光圈讓相機能拍攝到最清晰的暗紋；關掉雷射讓液體沒有溫度梯度。
3. 打開相機開始錄影，打開雷射錄下屏幕出現繞射圖樣，至圖樣不再變化時停止照相。
4. 將相機的影片在電腦上播放，以 KMplayer 軟體擷取圖片分析圖片。
5. 用照度計測量通過橄欖油前後的高斯光束強度(I_1 , I_2)。

二、圓柱筒鉛直置放

1. 鐵架上鉛直置放圓柱筒，筒的上方置放雷射光筆，下方放置一個和水平線夾角 45 度的平面鏡，使雷射光能照到鉛直豎立的像屏。
2. 圓柱筒盛 $a=10$ 公分高的橄欖油，接著操作過程和第一個實驗相同。
3. 用注射筒抽掉橄欖油，讓 $a=9$ 公分、8 公分…重作實驗。

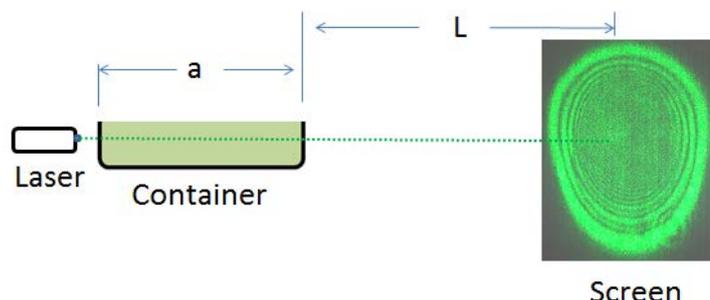
二、用凸透鏡增強液體的受熱

1. 上個實驗步驟相同的裝置，但在圓柱筒上方距離圓柱筒底部 13.5 公分處置放一面焦距 14.0 公分的凸透鏡；圓筒中 $a=1$ 公分的黃色色素水溶液。接著操作過程和第一個實驗相同。
2. 改用不同濃度的色素水溶液重作實驗。

肆、結果與討論

一、方型盒水平置放

1. 方型盒寬 $a=10\text{cm}$ ，盛 6cm 高的橄欖油(A)，盒到屏的距離 $L=544\text{cm}$ 以 20mW 的綠光雷射照射。



圖九.雷射光照射盛橄欖油的方型盒。

2. 圖十(a)-(h)為從影片擷取的圖片。 $t=0\text{ s}$ ，屏上出現亮點，其大小為雷射光束穿過橄欖油後的大小， $t=0\text{ s}$ 到 $t=2.6\text{ s}$ 亮點的面積快速增大。 $t=0.6\text{ s}$ 開始出現繞射暗紋， $t=2.2\text{ s}$ 有 6 條清晰繞射暗紋， $t=4.0\text{ s}$ 繞射暗紋增為 8 條， $t=10.8\text{ s}$ 有 16 條清晰繞射暗紋；之後最大半徑(R)和暗紋數目都沒有顯著變化。
3. 圖十一:利用 KMPlayer 軟體，從影片中測量不同時間(Time)的亮點最大半徑(Radius)，再用 Excell 畫 R-t 關係圖。亮點的上半部最大半徑先快速的增大， $t=1.73\text{ s}$ 達最大值 $R=7.36\text{ cm}$ ，然後逐漸減少到 $t=2.33\text{ s}$ ， $R=6.9\text{ cm}$ 。亮點的下半部最大半徑先快速的增大， $t=2.03\text{ s}$ 達最大值 $R=10.8\text{ cm}$ ，然後緩慢地減少， $t=2.33\text{ s}$ ， $R=10.6\text{ cm}$ 。
4. 高斯光束照射橄欖油時，光束的中心軸光的強度最大，該處的橄欖油吸熱大於他處，溫度也高於他處，折射率則小於他處。部分的熱由中心軸輻射狀的往低的他處傳導，使橄欖油的折射率形成由軸心往外遞增折射率梯度。但在同時，中心軸的橄欖油受熱而密度變小，這些高溫的液體往上流動，產生對流現象。因此，中心軸的下半部只有熱傳導，上半部則熱傳導兼熱對流，如圖十二所示。
5. 上半部受對流的影響溫度梯度變小，折射率梯度亦變小。由公式

$$R = L \left(a \frac{\Delta n}{\Delta y} + \frac{\lambda m}{\Delta y} \right) \dots (5)$$

，折射率梯度 $\left(\frac{\Delta n}{\Delta y}\right)$ 愈小則最大半徑愈小，最大半徑(上半部，已經不是圓形，較明確的表示是中心軸到最外圍的距離)由於熱對流，小於下半部。

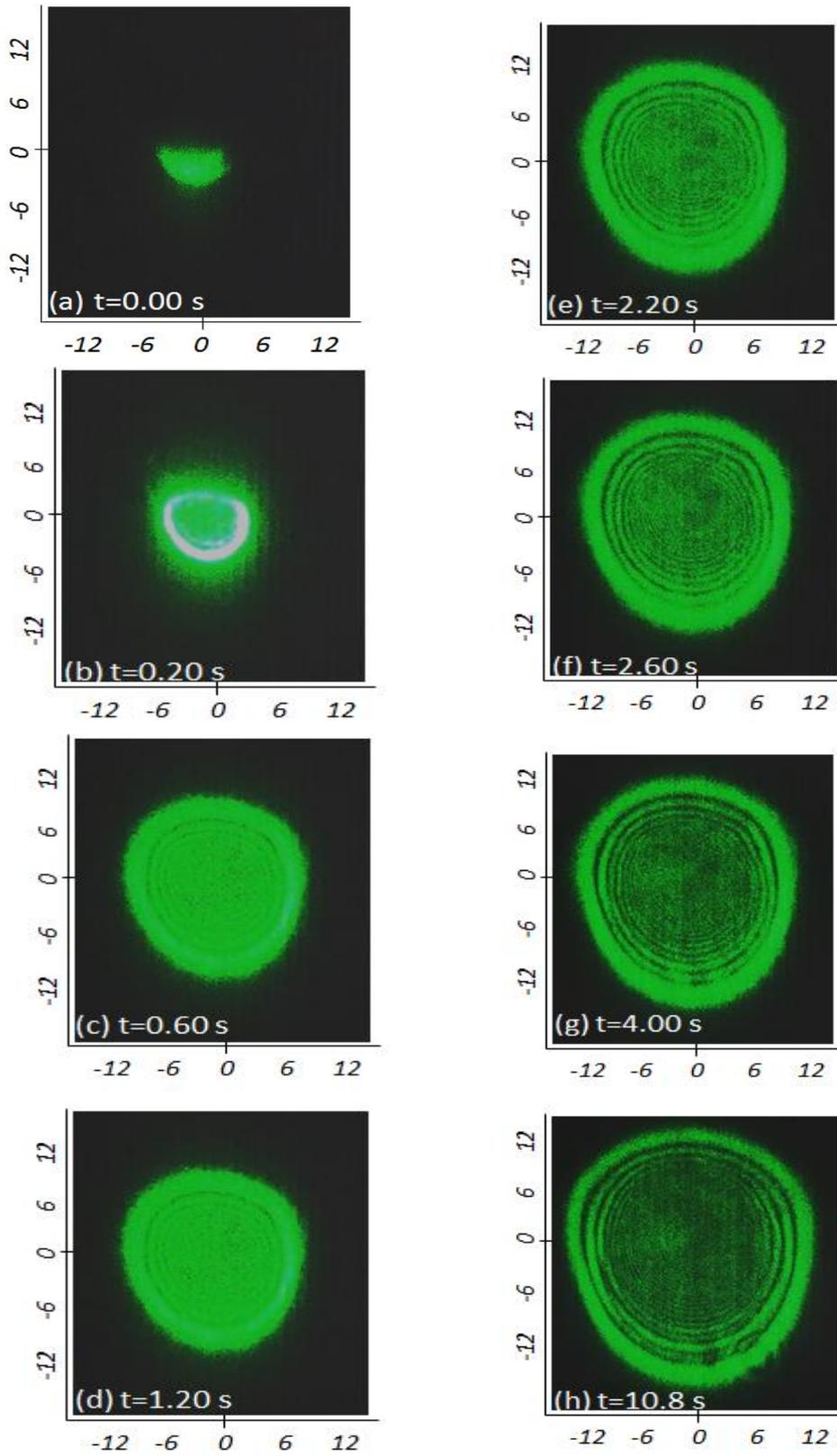
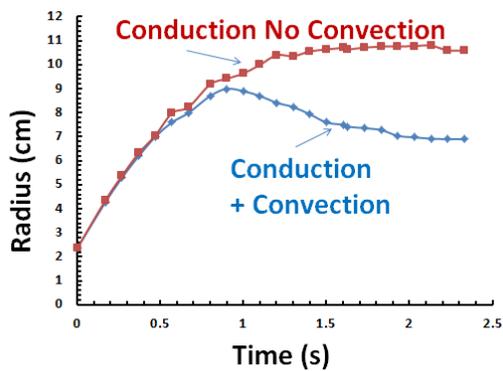
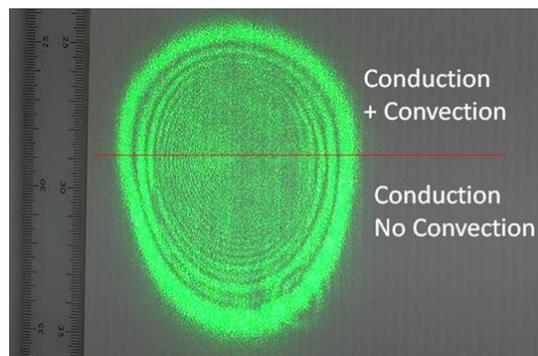


圖10.532nm 雷射水平照射盛橄欖油的方型盒雷射，繞射圖樣隨著時間的變化(座標軸的單位:cm)。



圖十一. 雷射水平照射盛橄欖油的方型盒，亮點最大半徑(R)隨時間變，紅色標記為圖樣的下半部，藍色標記為上半部



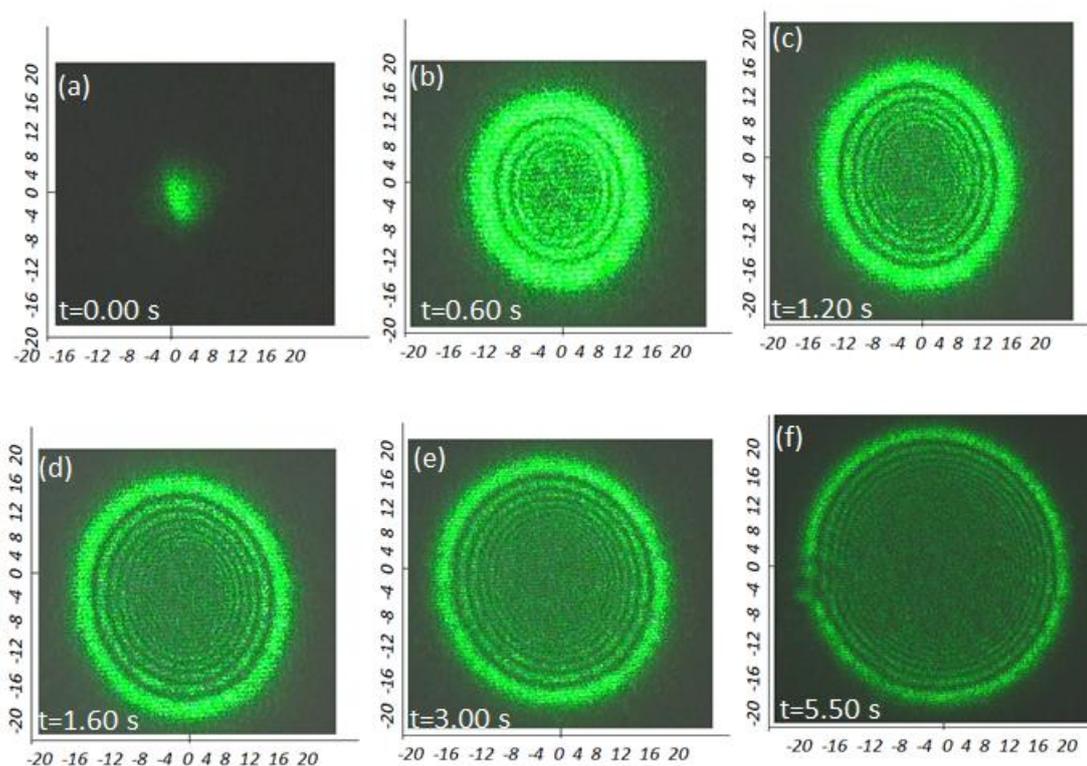
圖十二. 雷射水平照射盛橄欖油的方型盒雷射，亮點上半部有熱傳導和熱對流，最大半徑(R)小；下半部只有熱傳導，最大半徑比較大。

二、圓柱筒鉛直置放



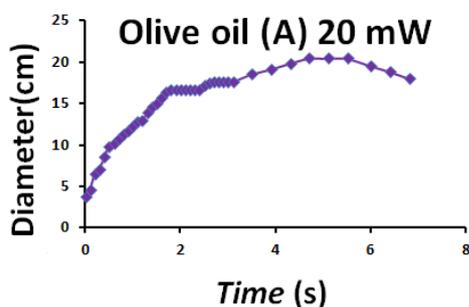
圖十三.雷射光照射盛橄欖油的圓柱筒，光線經和水平成 45 度的平面鏡反射，在鉛直豎立的屏上呈現繞射圖樣。圓柱筒裝液體的高度 a (以下簡稱 a)，圓柱筒底端經平面鏡到屏的距離 $L=544\text{cm}$ 。

(一)、繞射圖樣的最大直徑(D)隨時間(t)的變化



圖十四.雷射光照射盛橄欖油(A)的圓柱筒， $a=10\text{cm}$ 繞射圖樣隨時間的變化(座標軸的單位:cm)。

- 圖十四(a)-(f)為從影片擷取的圖片。(1) **(熱透鏡):** $t=0\text{ s}$ ，屏上出現亮點，其大小為雷射光束穿過橄欖油後的大小，最外圍的直徑 3.64cm ，這是雷射光穿過橄欖油光束直徑。接著，高斯光束加熱液體使液體產生溫度梯度和折射率梯度，照到液面的平面波變成球面波，類似凹透鏡的發散現象使最外圍的直徑漸漸增大，到 $t=5.5\text{ s}$ ，最外圍的溫度隨時間的變化 (dT/dt) 達到極大值時，最外圍直徑達極大值。(2) **(自調相):** $t=0\text{ s}$ 後高斯光束使液體產生折射率梯度，使得相鄰兩光線因經過的介質的折射率不同，抵達圓柱筒底部的時候有時間差，到筒的底部後形成兩個有相位差的點光圓，整個光束在距離筒底 L 的屏上出現繞射圖樣。 $t=0.6\text{ s}$ 出現 3 圈清晰的暗紋， $t=1.2\text{ s}$ 出現 7 圈清晰的暗紋， $t=1.6\text{ s}$ 出現的暗紋已很密集，至 $t=5.5\text{ s}$ 最外圍亮帶直徑達極大值 $D=20.4\text{cm}$ ，暗紋數 $N=16$ ，而且和熱透



圖十五.雷射光照射盛橄欖油(A)的圓柱筒， $a=10\text{cm}$ ，最大直徑(D)隨時間(t)的變化。

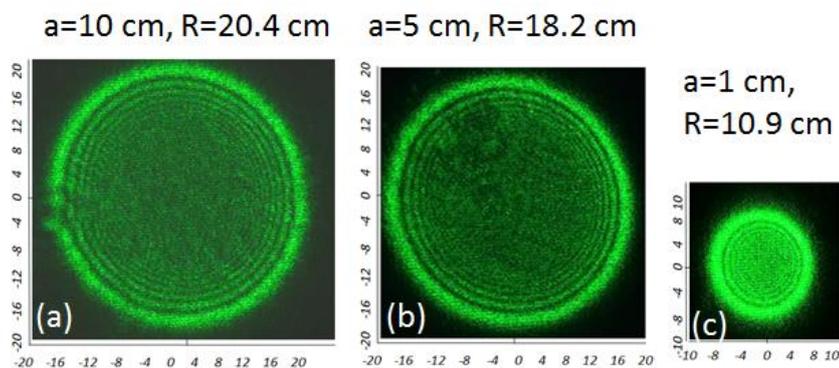
鏡的最大直徑重疊。

- 圖十四(f)和圖十二比較:相同的雷射光照射同種橄欖油, L 同為 544cm, a 同為 10cm(1)前者容器鉛直置放, 雷射光由上向下照射, 熱量由光束的中心軸水平方向熱傳導沒有熱對流, 繞射圖樣為正圓形直徑 20.4cm, (2)後者容器水平置放因對流影響繞射圖樣上半部變成非圓形, 中心軸到最外圍的距離縮小(圖十一很明顯地顯示), $R_1 + R_2 = 18.2cm$ 小於前者。
- $\frac{dn}{dy} = \left(\frac{dn}{dT}\right) \left(\frac{dT}{dy}\right) \dots (6)$

橄欖油(A)的折射率隨溫度變化量 $\frac{dn}{dT} = 4.0 \times 10^{-5} K^{-1}$ [2] (溫度越高折射率越小), 因此, 折射率梯度和溫度梯度成正比。熱擴散率(Thermal diffusivity) 固定的介質, $\frac{dT}{dy}$ 隨時間的變化如圖八所示, 先增大, 再緩緩地減少。

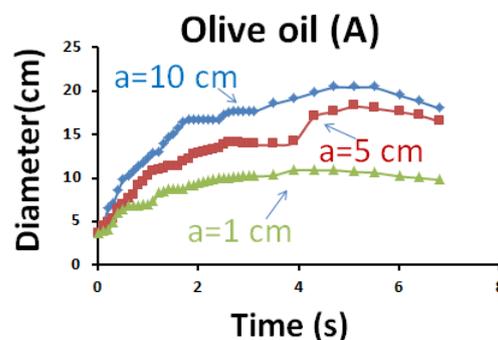
(二)、不同的液柱高度

20mW 的綠光雷射, 照射橄欖油(A), 取 a=10cm, a=5cm 和 a=1cm 三種不同液柱高度做比較。



圖十六:雷射光照射橄欖油(A)的圓柱筒, a=10cm,5cm,1cm, 繞射亮帶的最大直徑(D) (座標軸的單位:cm)。

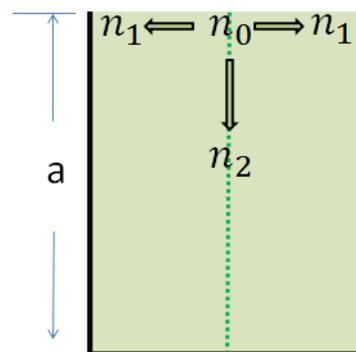
- 圖十六:三個不同的液柱高度比 10:5:1, 形成的繞射亮帶最大直徑比 204:182:109, 繞射暗紋比 16:11:6; 到達最大半徑的時間分別為 $t=5.1s$, $t=4.0s$, $t=2.8s$ 。液柱高度越大, 最大半徑越大, 繞射暗紋數目越多, 到達最大半徑的時間越短。



圖十七:雷射光照射橄欖油(A), a=10cm,5cm, 1cm, 最大直徑(D)隨時間(t)的變化。

2. (1)用照度計測量，綠光過 $a=10\text{cm}$ 的橄欖油(A) $I_2 = 0.13I_1$ ，吸收熱量 $I_3 = I_1 - I_2 = 0.87I_1$ 。 $a=5\text{cm}$ 的 $I_3 = 0.64I_1$ 。 $a=1\text{cm}$ 的 $I_3 = 0.18I_1$ ；三者吸收熱量比為:87: 64: 18。

(2)高斯光束照到液面時中心軸的光線照到的橄欖油溫度最高，折射率最小 (n_0)，水平方向的橄欖油受到強度較小的光線照射，溫度較低，折射率較大(n_1)水平方向有折射率梯度。光束向下位移時，因橄欖油吸收熱量，光束的強度減弱，中心軸的折射率增為(n_2)；換言之，圓柱筒內的橄欖油水平方向和鉛直方向都有折射率梯度，如圖十七所示。



圖十七.圓柱筒內的橄欖油的折射率水平方向和鉛直方向都逐漸增大。

(3)以 $a=1\text{cm}$ 和 $a=10\text{cm}$ 做比較 $a=1\text{cm}$ 的 $I_3 = 0.18I_1$ ； $a=10\text{cm}$ 靠近圓柱筒底部的 1cm ，只有 $I_3 = 0.001I_1$ ，這 1cm 在水平方向形成的 $\frac{\Delta n}{\Delta y}$ 就遠小於前者了。公式 $R = L(a \frac{\Delta n}{\Delta y} + \frac{\lambda m}{\Delta y}) \dots (5)$ ， $a \frac{\Delta n}{\Delta y}$ 越大 R 越大；所以 $a=10\text{cm}$ 形成的 R 大約只有 $a=1\text{cm}$ 形成的 R 的兩倍大。

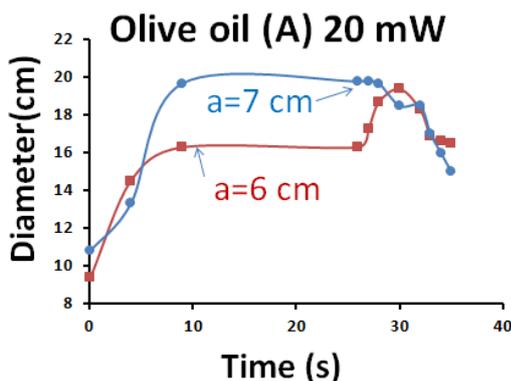
(4) 相位差 $p = \frac{\Delta t}{T} = \frac{a \Delta n}{\lambda} \dots (3)$ ，經過 $a=10\text{cm}$ 的光束相鄰兩光線形成的相位差比經過 $a=1\text{cm}$ 的光束相鄰兩光線形成的相位差就大許多了，造成兩者暗紋數目比 8:3。

(三)、特殊的熱擴散

1. 液柱高度 $a=6\text{cm}$ 及 $a=7\text{cm}$ 繞射圖樣的最大直徑隨時間改變都產生很特殊的變化。

(1) $a=6\text{cm}$: $t=0$, $D=9.4\text{cm}$, $t=9\text{s}$, R 大至 $D=13.3\text{cm}$ ，接著維持同大小到 $t=26\text{s}$ 突然再增大到 19.7cm ，逐漸減少到 16.5cm 。

(2) $a=7\text{cm}$: $t=0$, $D=10\text{cm}$, $t=27\text{s}$, R 大至 $D=19.4\text{cm}$ ，接著維持同大小到 $t=30\text{s}$ 逐漸減少到 15cm 。



圖十九.液柱高度 $a=6\text{cm}$ 及 $a=7\text{cm}$ 繞射圖樣的最大直徑隨時間的變化。

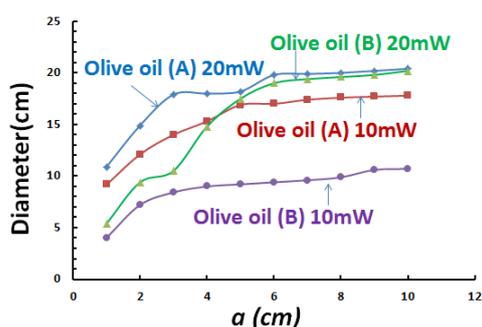
2. 擴散係數固定的介質，

熱擴散公式(Thermal diffusion equation) $\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ T:溫度，t:時間。圖八是

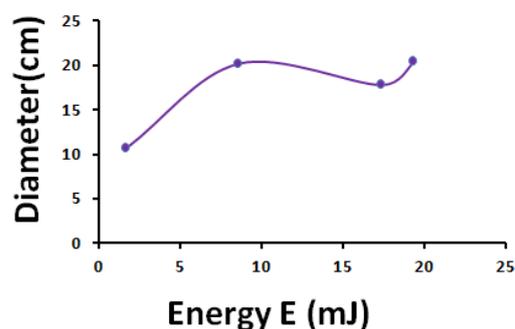
依據熱擴散公式做出的溫度隨時間的變化，作出的(dT/dt)，對時間(t)的關係圖，這個關係圖可判斷熱擴散係數固定的介質，R 會隨時間增大而增大，到極大值後緩緩減少。圖十九顯現橄欖油的熱擴散率不是固定，所以非線性擴散(Nonlinear diffusion) [2]

(四)、繞射圖樣的最大直徑(D)隨橄欖油吸收熱量(E)的變化

1. 用照度計測量綠光通過橄欖油(A)



圖二十.繞射圖樣的最大直徑(D)隨液柱高度(a)的變化。



圖二十一.繞射圖樣的最大直徑(D)隨橄欖油吸收熱量(E)的變化。

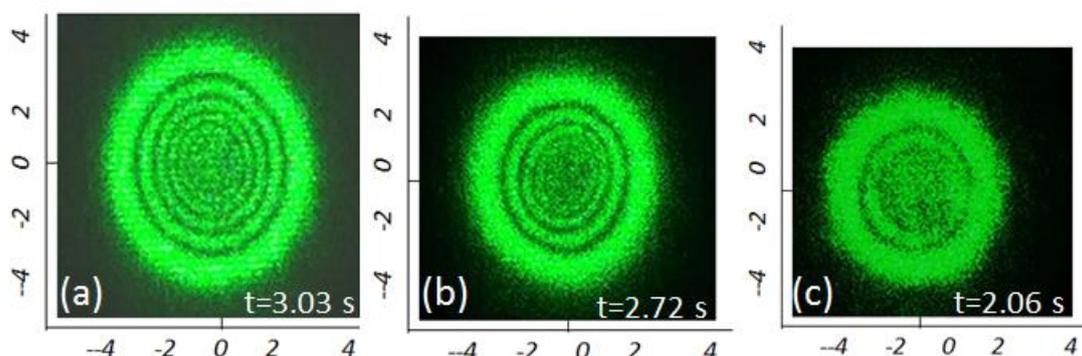
$a=1\text{cm}$ 的 $I_2 = 0.81I_1, I_3 = 0.19I_1$; 綠光通過橄欖油(B), $a=1\text{cm}$ 的 $I_2 = 0.90I_1, I_3 = 0.10I_1$ 。換言之: (1) 20mW 綠光照射 $a=1\text{cm}$ 的橄欖油(A)吸收的能量 $E_{A20} = 0.19 \times 20\text{mW} \times 5.1\text{s} = 1.94 \times 10^{-2}\text{J}$ 橄欖油(B)吸收的能量 $E_{B20} = 8.6 \times 10^{-3}\text{J}$ 。(2) 10mW 綠光照射 $a=1\text{cm}$ 的橄欖油(A)吸收的能量 $E_{A10} = 1.74 \times 10^{-2}\text{J}$ 橄欖油(B)吸收的能量 $E_{B10} = 1.7 \times 10^{-3}\text{J}$ 。

$E_{A20}: E_{B20}: E_{A10}: E_{B10} = 194:86:174:17$ 。

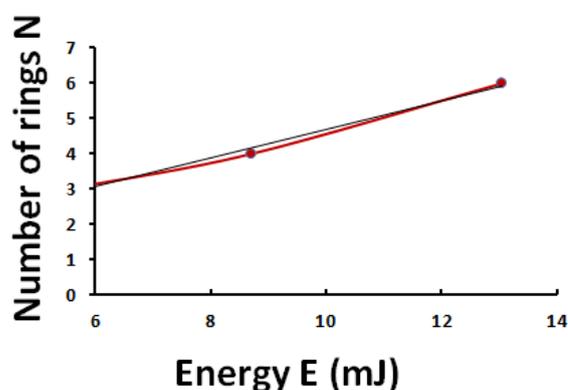
最大直徑 $R_{A20}: R_{B20}: R_{A10}: R_{B10} = 204:202:178:107$ 。

2. 圖二十一為橄欖油吸收的能量 E 和.繞射圖樣最大直徑 D 的關係。

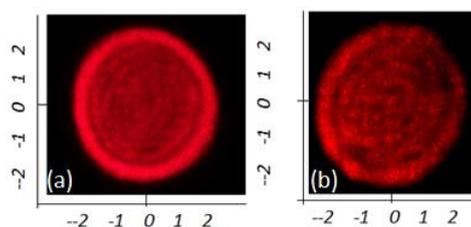
(四)、繞射圖樣的暗紋數(N) 隨橄欖油吸收熱量(I)的變化



圖二十二.橄欖油(A)以 10W 的綠光雷射照射的繞射圖樣，(a)a=10cm，(b)a=5cm，(c)a=1cm(座標軸的單位:cm)。



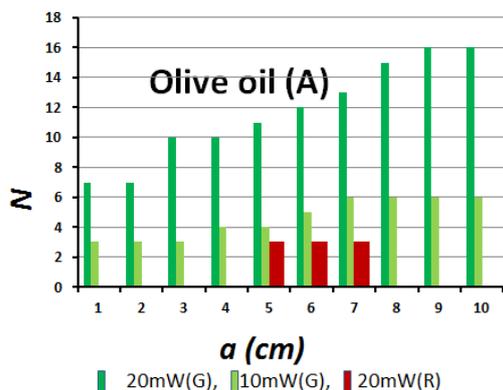
圖二十三.繞射圖樣暗紋數目(N)隨橄欖油吸收熱量(E)的變化。



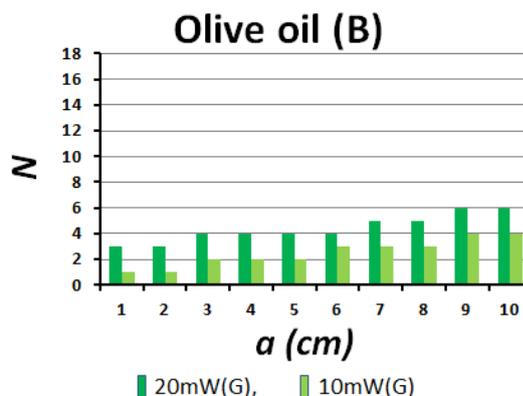
圖二十四.橄欖油(A)以 20W 的紅光雷射照射的繞射圖樣，(a)a=7cm，(b)a=5cm(座標軸的單位:cm)。

1. 圖二十二.橄欖油(A)以 10mW 的綠光雷射照射的繞射圖樣，(a)a=10cm，D=7.5cm，N=6，(b)a=5cm，D=7cm，N=4，(c)a=1cm，D=6.6cm，N=3。
2. a=10cm 的橄欖油(A)熱吸收量 $I_3 = 0.87I_1$ ，以 10mW 的光束照射 t=3.03，收熱量 $E_{10} = 0.87 \times 10mW \times 3.03s = 13.1mJ$ 。a=5cm 的熱吸收量 $E_5 = 8.7mJ$ ，a=1cm 的熱吸收量 $E_1 = 2.06mJ$ 。
3. 圖二十四:20mW 紅光雷射照射橄欖油(A)，在 a=5cm，a=6cm 和 a=7cm 個出現 N=3，但不夠清晰。

(五)、繞射圖樣的暗紋數(N) 隨液柱高度(a)的變化

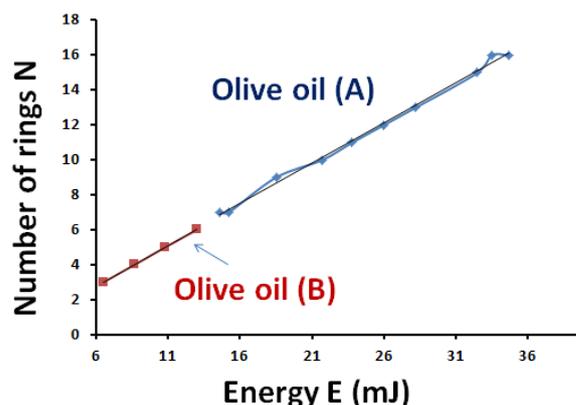


圖二十五.橄欖油(A)用雷射照射的繞射暗紋數目(N)



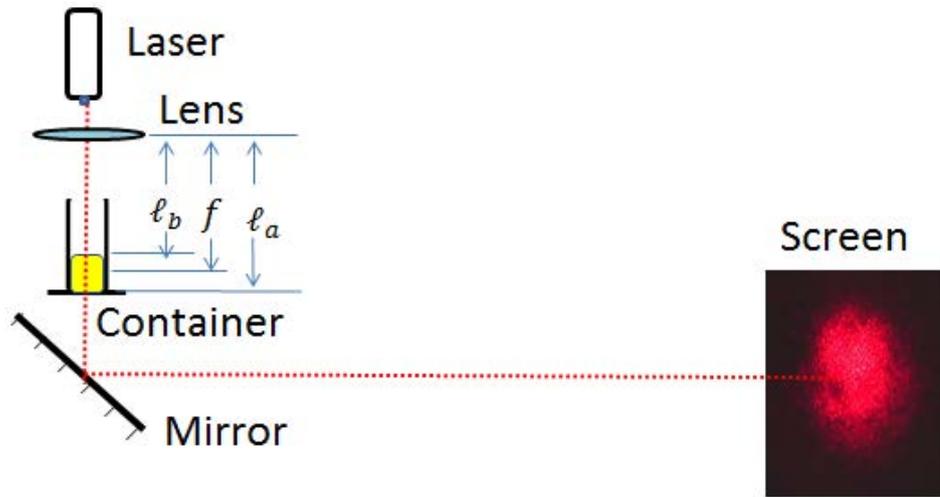
圖二十六.橄欖油(B)用雷射照射的繞射暗紋數目(N)

- 圖二十五及圖二十六用三種雷射(綠光 20mW G, 10mW G 和紅光 20mW R)照射兩種橄欖油(橄欖油 A 和橄欖油 B, 不同的液柱高度下(a=1cm 至 a=10cm), 屏上繞涉案紋數目(N)的統計圖。
- 綠光雷射照射的結果:(1)繞射暗紋數隨著液柱高度增加而增加,(2)橄欖油(A)的繞射暗紋數目比橄欖油(B)的繞射暗紋數目多。
- 紅光雷射照射的結果:(1) 橄欖油(A)在 a=5cm, a=6cm, 和 a=7cm 有 3 條的繞射暗紋但不夠清晰,(2)橄欖油(B)則看不到繞射暗紋, 如圖二十四所示。
- 紅光雷射照射的結果, 橄欖油(A)在 a=5cm, a=6cm, 和 a=7cm 有 3 條的繞射暗, 其他液柱高度沒有暗紋; 判斷:a=1cm 至 a=5cm 橄欖油吸收的熱量不足, 沒有形成繞涉暗紋, 液柱高度超過 7cm, 光束被橄欖油吸收的能量太多, 穿過圓柱筒投射到屏上的繞射圖樣能量太小, 看不到暗紋。
- 計算不同液柱吸收的能量(I), 對應的繞射暗紋數(N), 做成圖二十七, 可判斷繞涉暗紋數目和橄欖油吸收的能量呈線性關係。
- 由公式(7): 亮紋數 N, $N = \frac{\psi_0}{2\pi} = p = \frac{a\Delta n}{\lambda}$, 橄欖油吸收的能量越大, 高斯光束中央軸和邊緣的相位差越大, 自調相造成的繞射亮紋數越多。



圖二十七. 繞射圖樣暗紋數目(N)隨橄欖油吸收熱量(E)的變化。

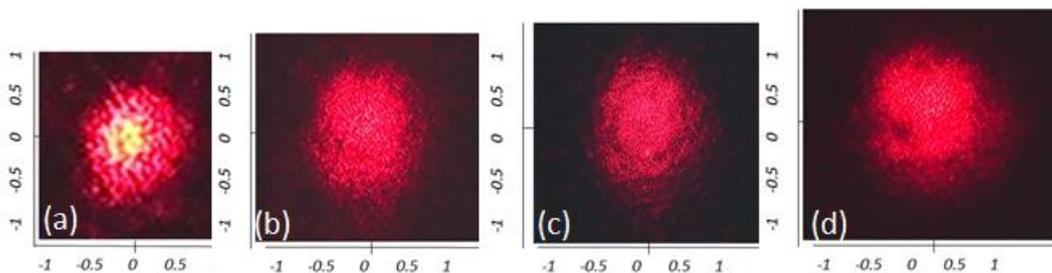
三、用色素做實驗(和橄欖油比較)



圖二十八.雷射光經凸透鏡後，照射盛黃色素水溶液的圓柱筒，光線經和水平成 45 度的平面鏡反射，在鉛直豎立的屏上呈現熱透鏡現象，圓柱筒底端經平面鏡到屏的距離 $L=544\text{cm}$ 。

葉綠素-a(Chlorophyll-a)乙醇溶液對 427nm 紫光的熱吸收率 $\alpha = 1.12 \times 10^5 \text{cm}^{-1} \text{M}^{-1}$ 約為水的一百萬倍；水中加入黃色素，熱吸收率可以提升約一百倍；高斯光束經凸透鏡聚光後，透鏡焦點處的強度可增大十倍左右；黃色素水溶液吸收的熱量只產生熱透鏡現象，無法產生繞射條紋。在圓柱筒中盛高度 a 的黃色素水溶液，凸透鏡焦距 $f=13.0 \text{cm}$ ，透鏡到液面的距離 l_b ，到筒的底部距離 l_a 。黃色素加入水中，以 1mW 的紅光雷射照射恰好可穿過的水溶液濃度定為 $C=1$ ，加水稀釋成 $C=0.6$ ， $C=0.4$ ， $C=0.2$ 色素水溶液。

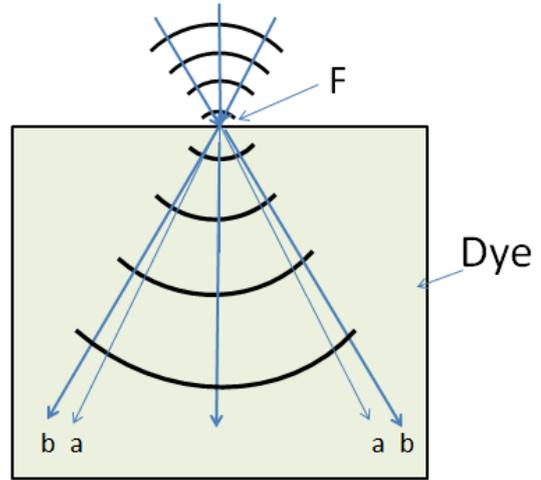
(一)、光點的最大直徑(D)隨透鏡聚焦位置的變化



圖二十九.紅光雷射(1mW)照射 $a=2\text{cm}$ 的黃色素水溶液，屏上出現的光經凸透鏡後熱透鏡亮點，(a)為未經透鏡的光束(b)為 $l_b = 13.0\text{cm}$ ，(c)為 $l = f = 14.0\text{cm}$ (d) 為 $l_a = 15.0\text{cm}$ 。

- 圖二十九:圓柱筒盛 $C=1$ ， $a=2\text{cm}$ ，(a)為雷射光未經過透，屏上亮點的直徑 $D=1.08\text{cm}$ ，(b)液面到透鏡的距離 $l_b = 12.0\text{cm}$ 屏上亮點的直徑 2.16cm ，(c)透鏡的焦點在液柱中點，透鏡下方 13.0cm ，屏上亮點的直徑 $D=2.25\text{cm}$ ，(d)液面到透鏡的距離 $l_a = 14.0\text{cm}$ 屏上亮點的直徑 2.36cm 。

- 圖三十:透鏡的焦點恰在液面上，水溶液的熱透鏡作用，增大光束的發散，在屏上出現較大的亮點。其理由如下:

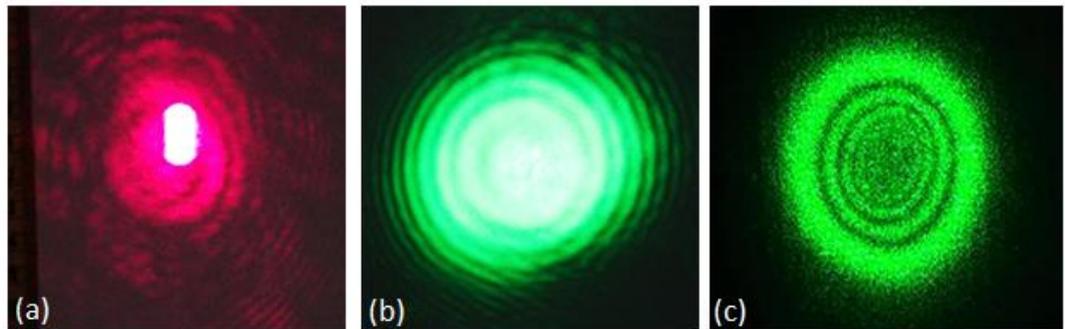


- (1) 沒有色素水溶液時，平行的光束經凸透鏡會聚在焦點，接著光線繼續沿原路徑前進，如圖中的光線 a。
- (2) 光束進入色素水溶液後，水溶液吸收光束的熱量，使水溶液產生折射率梯度(F 點為焦點，產生的熱最多)因此光線發散，如圖中的光線 b，整個光束在瓶上出現大的亮點。

- 色素水溶液的熱吸收率不夠大，自調相的相位差無法產生繞射圖樣。

圖三十.水溶液的熱透鏡作用，增大光束的發散，在屏上出現較大的亮點。

(二)、艾里斑(Airy disk)



圖三十一.(a)5mW 的紅光雷射經透鏡及色素水溶液形成的艾里斑，(b) 1mW 的綠光雷射經透鏡但未經過色素水溶液形成的艾里斑，(c)10mW 的綠光雷射經橄欖油形成的繞射圖樣。

- 在二十九(b),(c),和(d)中都出現一些暗紋，這不是繞射暗紋，是艾里斑。
- 繞射暗紋出現在熱透鏡亮點內，外部沒有繞射暗紋，如圖三十一(c)所示。
- 艾里斑是光束經透鏡會聚在焦點後產生的圓孔繞射現象。

(三)、光點的最大直徑(D)隨色素水溶液濃度(C)的變化

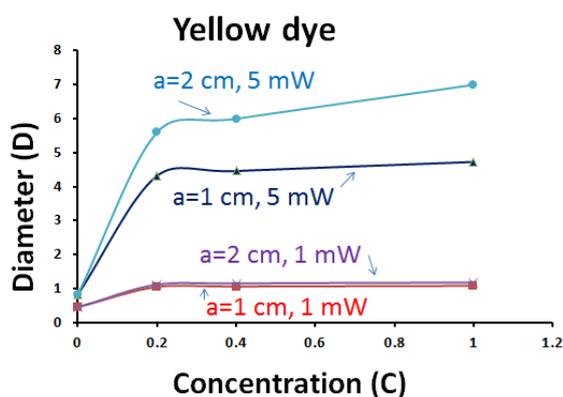
圖三十二.以 5mW 和 1mW 的紅光分別照射四種不同的色素水溶液；

(1) 雷射光的功率越大，熱透鏡形成的光點最大直徑(D)越大。

(2) 液柱高度 $a = 2 \text{ cm}$ 形成的光點最大直徑 D 比

$a = 1 \text{ cm}$ 形成的光點最大直徑 D 大。

(4) 濃度對形成的光點最大直徑 D 大小的影響不大。



圖三十二.光點最大直徑(D) 隨色素水溶液濃度(C)的變化。

伍、結論

1. 本實驗利用低功率雷射和簡單的自製器材可用來探究雷射光束在液體中的自調相及熱透鏡現象。
2. 橄欖油因很高的熱吸收率，在高斯光束照射下會產生繞射圖樣。
3. 繞射圖樣的繞射暗紋數目隨著橄欖油吸收的熱量線性增大。

陸、參考資料

1. Wen-Tang Lee and Richard Chang, *The Physics Teacher*, Vol.52, Number, 2014
2. 羅宇佑: Nonlinear thermal diffusion dynamics measured using a simple light-transmission method, 2021 年臺灣國際科學展覽會物理與天文科。
www.ntsec.gov.tw
3. Rozane de Turchiello, and Sergio L. Gomez, *Am. J. Phys.*, Vol. 85, No. 7, July, 522-528 2017
4. Brody, Andreae, and Robinson, *Am. J. Phys.*, Vol. 78, No. 5, May, 228-236, 2010
5. J. Sun and T. F. Irvine, Jr., *Int. J. Heat Mass Transfer* **44**, 645–57 2001.

【評語】 051821

本作品利用簡單的設備及繞射效應來探討橄欖油，尤其其中葉綠素的含量探討。若在探索過程中，能再強化對折射率及溫度梯度的詳細量測及驗證，並納入文獻中已做過的結果進行比較，將可讓實驗結果更具說服力、更有趣。

作品簡報

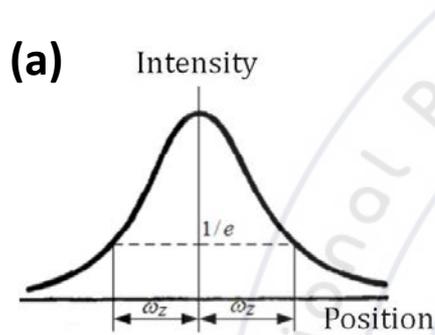


高斯光束
照射橄欖油
產生繞射的研究

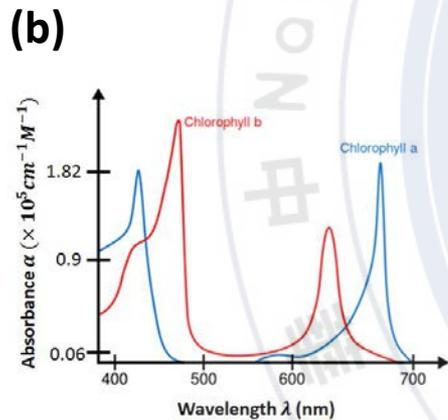
高級中等學校組

物理與天文學科

前言



➤ 雷射光筆發出高斯光束，能量分布由軸心輻射狀的逐漸減少(圖一a)。



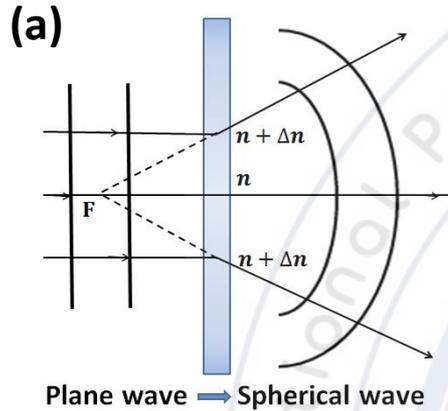
➤ 光束通過透明液體時，部分能量被液體吸收，液體溫度由中心軸輻射狀的往外遞減，形成溫度梯度(dT/dy)和折射率梯度(dn/dy)。

➤ 葉綠素-a乙醇溶液對427 nm紫光的熱吸收率為乙醇的百萬倍；橄欖油含高濃度的葉綠素(圖一b)。

圖一:(a)高斯光束，
(b)葉綠素熱吸收率隨照射光的波長改變。

➤ 高斯光束通過橄欖油產生熱透鏡及自調相現象。

原理



➤ 平面波穿越介質後形成球面波，平行中心軸的入射線由F點發散，介質相當於一面凹透鏡，稱為熱透鏡(圖二a)。

➤ 光束照射有折射率梯度的液體產生自調相
 相位差 $p = \frac{\Delta t}{T} = \frac{a\Delta n}{\lambda} \dots (1)$

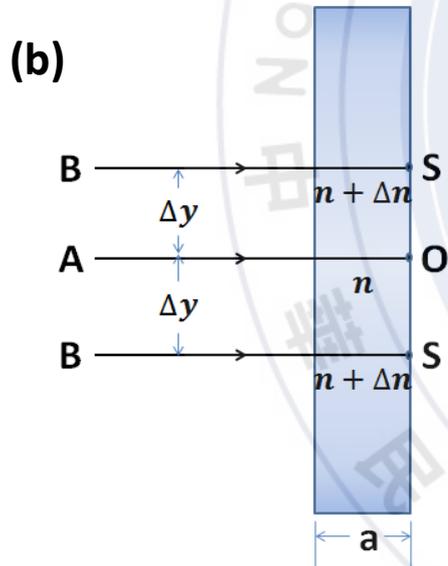
$$r_m = L \left(a \frac{\Delta n}{\Delta y} + \frac{\lambda m}{\Delta y} \right) \dots (2)$$

$$N = p = \frac{a\Delta n}{\lambda} \dots (3)$$

a: 液柱長度，L: 容器至屏距離， λ : 波長

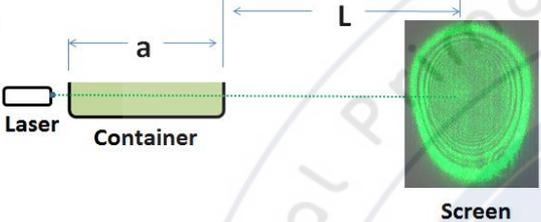
r_m : 亮帶最大半徑， $\frac{\Delta n}{\Delta y}$: 折射率梯度

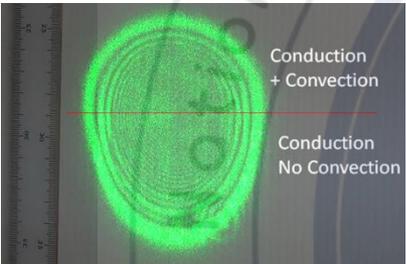
N: 亮帶數目，m: 亮帶序號

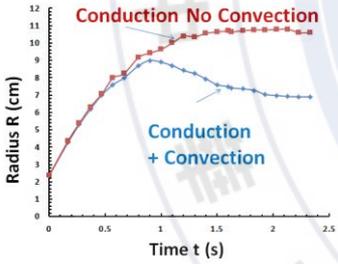


圖二:(a)熱透鏡，
(b)自調相。

結果和討論 (容器水平置放)

(a)  雷射光束水平方向通過橄欖油， $a=10$ cm， $L=544$ cm(圖三a)。

(b)  熱傳導:液體溫度由中心軸 輻射狀的往外遞減，形成溫度梯度(dT/dy)和折射率梯度(dn/dy)。

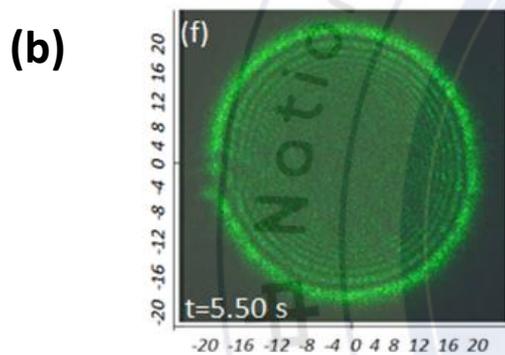
(c)  熱對流:中央軸的液體密度小，向上方對流；使得上半部的溫度梯度和折射率梯度小於下半部(圖三b)。

圖三:(a)儀器裝置，(b)亮點上半部有熱傳導和熱對流，最大半徑(R)小；下半部只有熱傳導，最大半徑比較大，形成最大半徑的時間比較長(圖三c)。

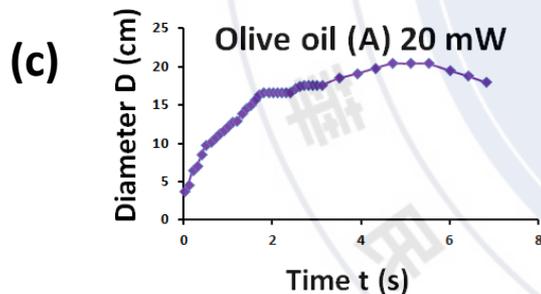
結果和討論(容器鉛直置放)



➤ 雷射光束鉛直方向通過橄欖油，經和水平面成45度的平面鏡反射到屏上 $a=10\text{ cm}$ ， $L=544\text{ cm}$ (圖四a)。



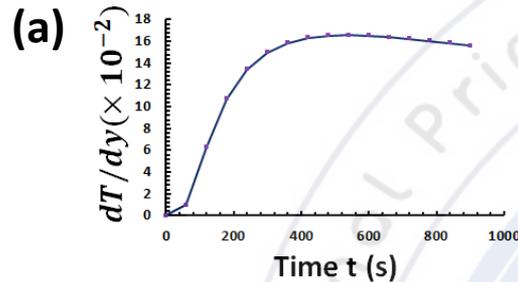
➤ 液體溫度由中心軸 輻射狀的往外遞減，形成溫度梯度(dT/dy)和折射率梯度(dn/dy)。熱透鏡效應形成的亮點為正圓形；自調相形成的繞射暗紋由中心軸逐漸往外擴張，相鄰兩暗紋的間距逐漸變大(圖四b)。



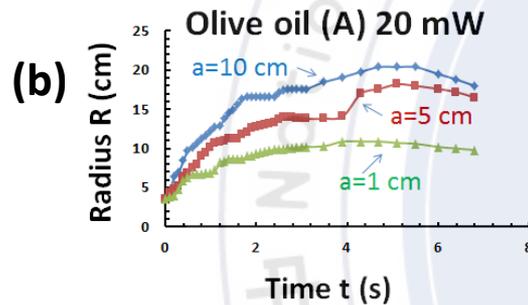
➤ 亮點直徑先漸漸增大，再略為縮小(圖四c)；只有熱傳導，最大直徑比圖三b(有熱對流)大，達到最大直徑的時間比圖三c短。

圖四:(a)儀器裝置，(b)座標軸的單位cm(C)最大半徑隨時間的變化。

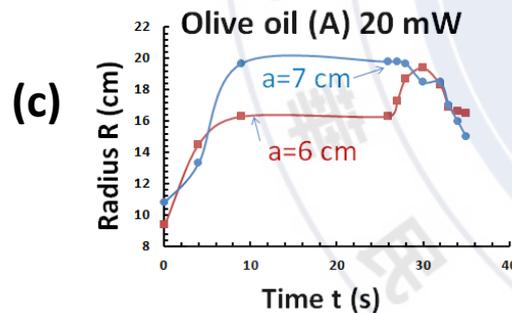
結果和討論 (熱擴散係數)



➤ 亮帶最大直徑隨時間的變化受液體溫度梯度隨時間變化的影響；熱擴散係數固定的介質，溫度梯度隨時間變化：先增大後略減(圖五a)。



➤ $a=1\text{cm}$ 最大直徑 $t=3.9\text{s}$ 達極大值，再逐漸縮小， $a=10\text{cm}$ 最大直徑 $t=4.8\text{s}$ 達極大值，再逐漸縮小(圖五b)。

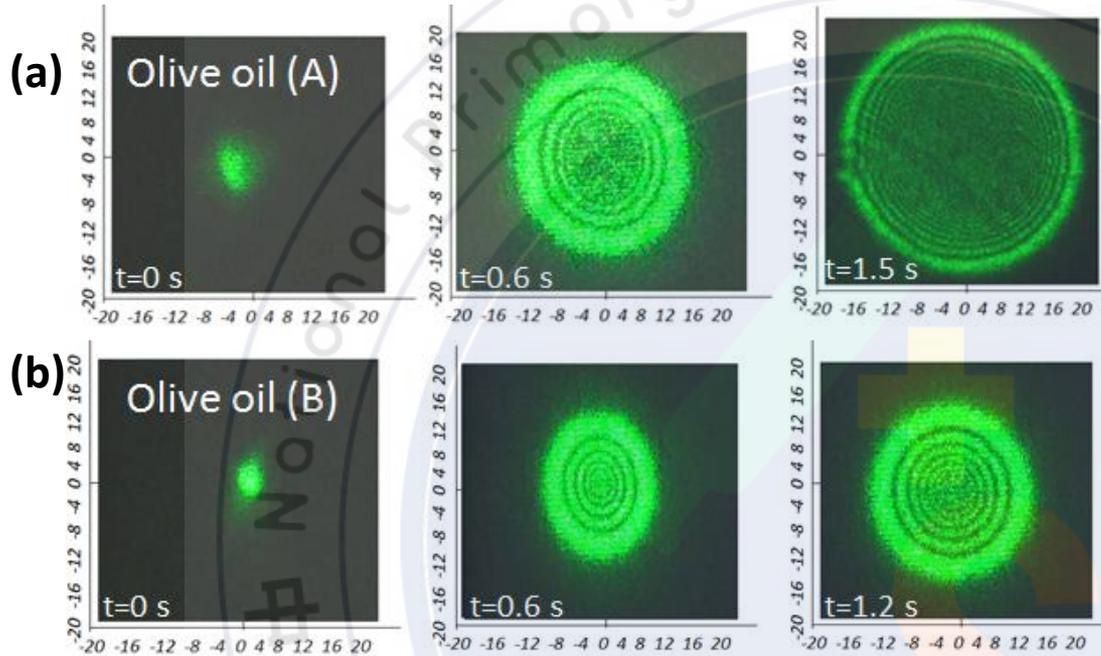


➤ $a=6\text{cm}$ 在 $t=8\text{s}$ 亮帶直徑 16.2cm ，經 26s 增大到 19.8cm ，經 5s 減為 16.3cm (圖五c)。

➤ $a=7\text{cm}$ 在 $t=7.8\text{s}$ 亮帶直徑達極大值 20.2cm ，然後緩慢減少，經 28s 減為 19.6cm ，再徒降到 14cm (圖五c)。

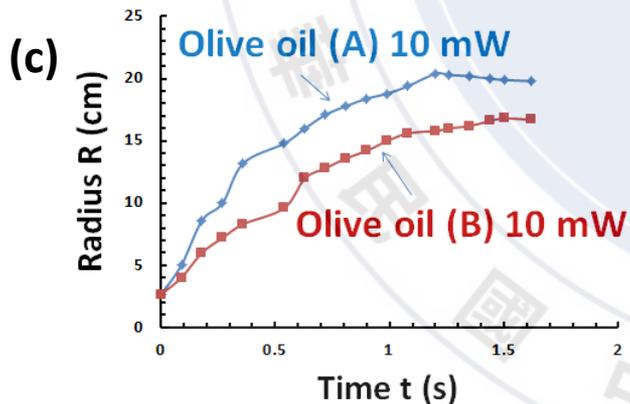
圖五:(a)溫度梯度隨時間的變化，(b)熱擴散係數固定(c)非線性擴散。

結果和討論 (葉綠素含量)



➤ 橄欖油(A)含葉綠素8 ppm， $t=1.2$ s亮帶半徑達極大值，繞射暗紋14圈(圖六a)。

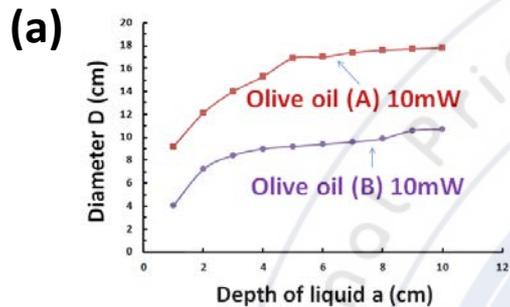
➤ 橄欖油(B)含葉綠素4 ppm， $t=1.5$ s亮帶半徑達極大值，繞射暗紋6圈(圖六b)。



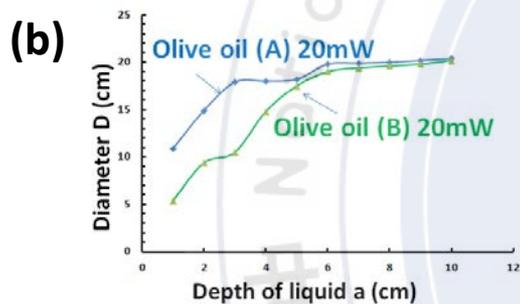
圖六:(a)橄欖油(A)，(b)橄欖油(B)，(c)最大半徑隨時間的變化。

➤ $I_2 = I_1 e^{-A}$ ， $A = \alpha a C$
 I_1 :入射光的強度，
 I_2 :通過液體後光的強度
 α :吸收係數， C :溶液的體積莫耳濃度。

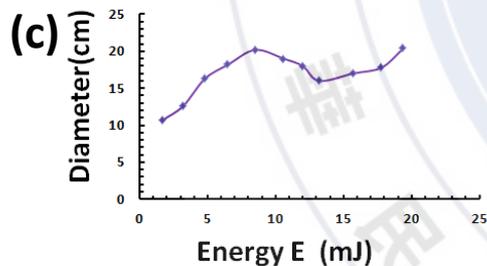
結果和討論 (吸收熱量對最大半徑的影響)



➤ 10mW綠光分別照射橄欖油(A)及橄欖油(B)，繞射亮帶最大直徑隨著液柱高度的變化(圖七a)。



➤ 20mW綠光分別照射橄欖油(A)及橄欖油(B)，繞射亮帶最大直徑隨著液柱高度a的變化(圖七b)。

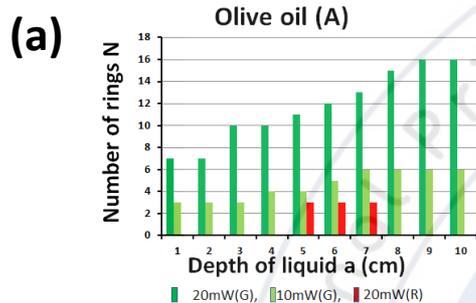


➤ 照度計測量橄欖油吸收的熱量；繞射亮帶最大直徑隨著吸收熱量變化(圖七c)。

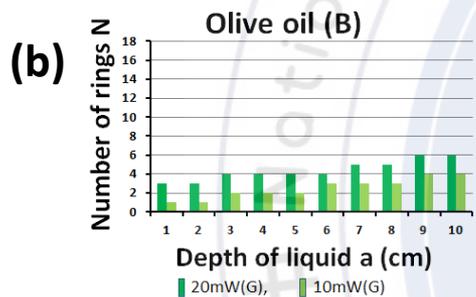
➤ 公式(2) $r_m = L \left(a \frac{\Delta n}{\Delta y} + \frac{\lambda m}{\Delta y} \right)$ ，最大半徑隨著介質的折射率梯度 $\left(\frac{\Delta n}{\Delta y} \right)$ 的增大而增大。

圖七:(a)10mW，
(B)20mW，(c)最大半徑隨照射光能量的變化。

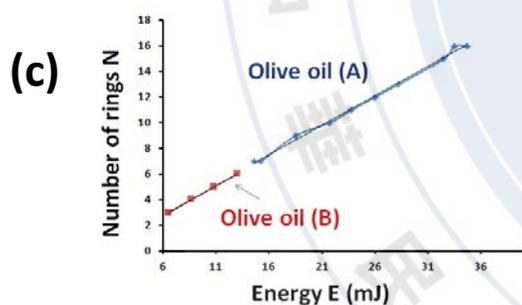
結果和討論 (吸收熱量對亮帶數目的影響)



➤ 橄欖油(A)分別以10mW和20mW的綠光，以及20mW紅光雷射照射，繞射亮帶數目N隨著液柱高度a的變化(圖八a)。



➤ 橄欖油(B)分別以10mW和20mW的綠光雷射照射，繞射亮帶數目N隨著液柱高度a的變化(圖八b)。

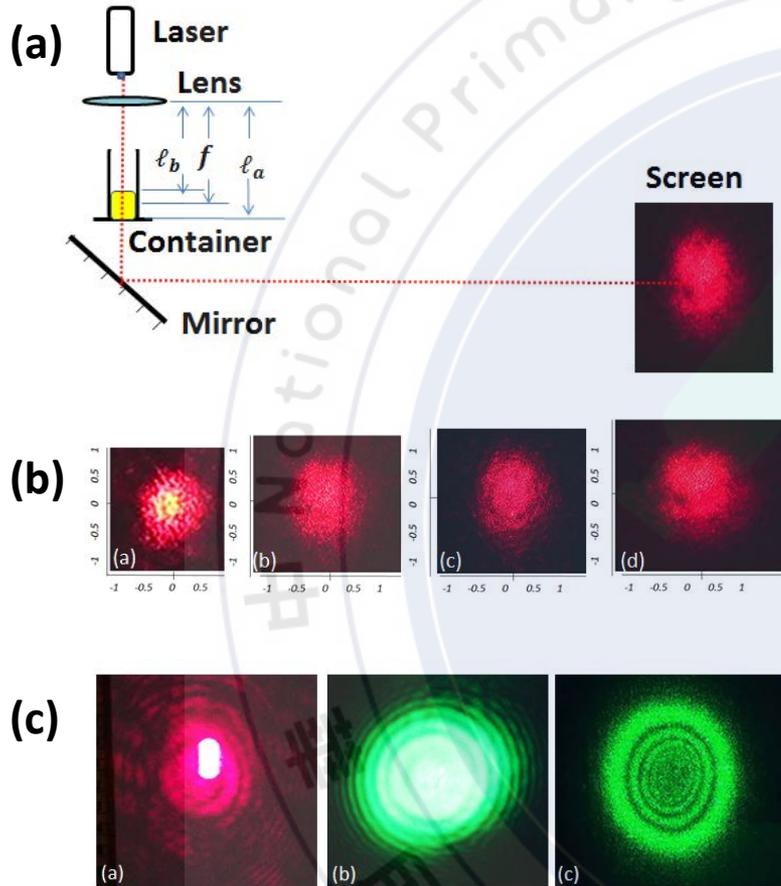


➤ 用照度計測量橄欖油吸收的熱量；繞射亮帶數目隨著吸收熱量變化(圖八c)。

➤ 公式(3) $N = p = \frac{a\Delta n}{\lambda}$ ，繞射亮帶數目N等於高斯光束中央軸和邊緣兩光線經介質時，由於自調相形成的相位差p，p和介質吸收的熱量成正比。

圖八:(a)橄欖油(A)，(b)橄欖油(B)，(c)亮帶數目隨照射能量的變化。

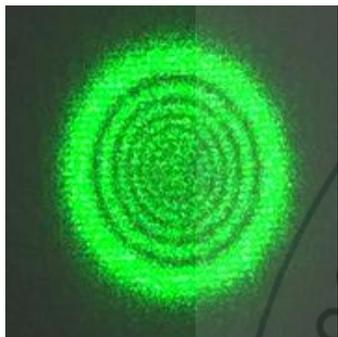
結果和討論 (用色素做實驗)



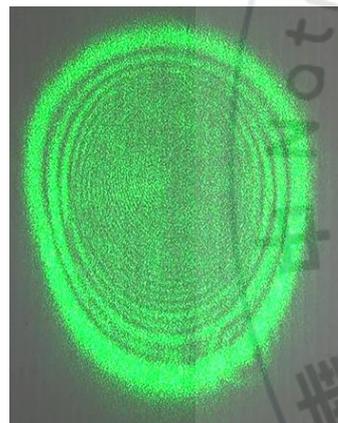
- 容器盛黃色素水溶液，高斯光束經凸透鏡聚光，以增大照射光的強度(圖九a)。
- 黃色素水溶液吸收的熱量只產生熱透鏡現象，沒有繞射條紋。
- 紅光雷射(1 mW)，(a)未經透鏡 (b)為 $\ell_b = 13.0\text{cm}$ ，(c)為 $\ell = f = 14.0\text{cm}$ (d)為 $\ell_a = 15.0\text{cm}$ ，的亮點(圖九b)。
- 低功率的雷射因單孔繞射，產生的艾里斑繞射圖樣和自調相產生的繞射圖樣極顯著的不同(圖九c)。

圖九:(a)儀器裝置，(b)熱透鏡亮點直徑隨照射位置改變，(c)艾里斑、艾里斑、自調相繞射。

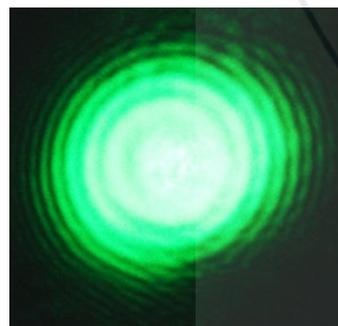
結論



- 橄欖油因很高的熱吸收率，在高斯光束照射下會產生繞射圖樣；熱擴散使繞射圖樣呈現同心圓形狀，繞射亮帶的數目和橄欖油吸收的熱量成正比。



- 容器水平置放，熱對流使中央軸上半部的橄欖油的折射率梯度變小，繞射圖樣的最大半徑小於只有熱擴散的下半部。



- 橄欖油葉綠素含量不同時，亮帶半徑達極大值的時間、亮帶半徑大小、和繞射暗紋數目都有極大的差異。
- 低功率的雷射因單孔繞射，產生的艾里斑繞射圖樣和自調相產生的繞射圖樣極顯著的不同。

應用

- 高斯光束照射橄欖油，繞射圖樣的最大半徑以及繞射亮帶的數目都隨著葉綠素的含量有極顯著的差異；利用本實驗的簡易器材可檢測橄欖油中含有葉綠素的濃度。

參考資料

1. Wen-Tang Lee and Richard Chang, *The Physics Teacher*, 52, 239-241, 2014
2. Rozane de Turchiello, and Sergio L. Gomez, *Am. J. Phys.*, 85, 522-528, 2017
3. Brody, Andreae, and Robinson, *Am. J. Phys.*, 78, 228-236, 2010
4. J. Sun and T. F. Irvine, Jr., *Int. J. Heat Mass Transfer* 44, 645–57, 2001.
5. D. H. Hurley and R. S. Schley, *Rev. Sci. Instru.* 86, 123901, (2015).