中華民國第 62 屆中小學科學展覽會
作品說明書

高級中等學校組　物理與天文學科

051820

妙妙圈垂直自由落下漂浮時間之探討

學校名稱：臺北市立建國高級中學

作者：	指導老師：
高二 張祐維 高二 駱奕 高二 張崴智	劉國棟

關鍵詞：預力彈簧、縱波、漂浮時間

摘要

妙妙圈(slinky)是一種預力彈簧，未伸展時彈簧會聚合並且需要外力才能將其分開。將其上端懸吊，重力會使彈簧局部分開，釋放其上端後，下端會在空中漂浮一段時間，直到上端逐漸向下聚合並與下端聚合段接觸時，整體才開始落下。在既有的權威研究中，認為漂浮時間是縱波從上端傳遞到下端的所需時長。

本研究以光電計時器精密測量漂浮時間後發現，漂浮時間與縱波所傳遞時間並不相符，反而與聚合段的落體時間吻合。為此，我們推導了在妙妙圈下方懸掛重物後，聚合段的落體時間，並與實際測量的漂浮時間比較，發現兩者完全一致。

這結果除了顯示彈簧下端的開始移動確實並非縱波傳遞所造成，而且本研究所推導出彈簧下端漂浮時間的公式確實正確可用。

壹、前言

一、研究動機

物理專題課時老師讓大家看實驗影片，影片中操作者手持彈簧上端懸吊，其下端掛著罐子，當釋放彈簧上端時，上端彈簧的形變會逐漸向下傳遞，當其到達下端時，罐子才開始運動。乍看之下，這現象似乎違背常識與直覺，但仔細一想，當連結罐子的彈簧下端形變量若尚未改變時，其張力仍與罐重相等，罐子自然可保持不動。既然彈簧下端漂浮是理所當然，我們便好奇彈簧下端的漂浮時間究竟與哪些因素有關，可否建立一套成功預測彈簧下端漂浮時間的公式，因此著手展開本研究。

二、研究目的

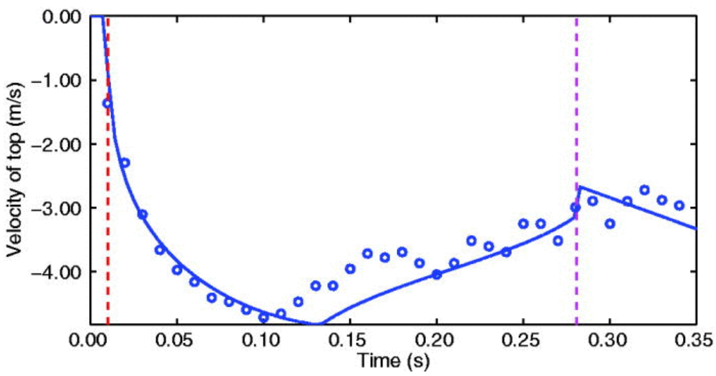
（一）探討不同掛重下，釋放彈簧上端時，下方物體的漂浮時間。

（二）探討不同掛重下，輕微上提彈簧上端時，下方物體的漂浮時間。

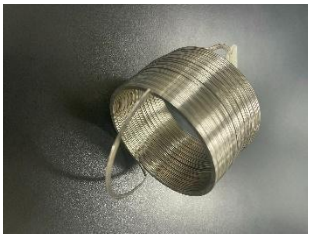
（三）確立彈簧下端漂浮時間的機制並建立漂浮時間公式。

三、文獻回顧

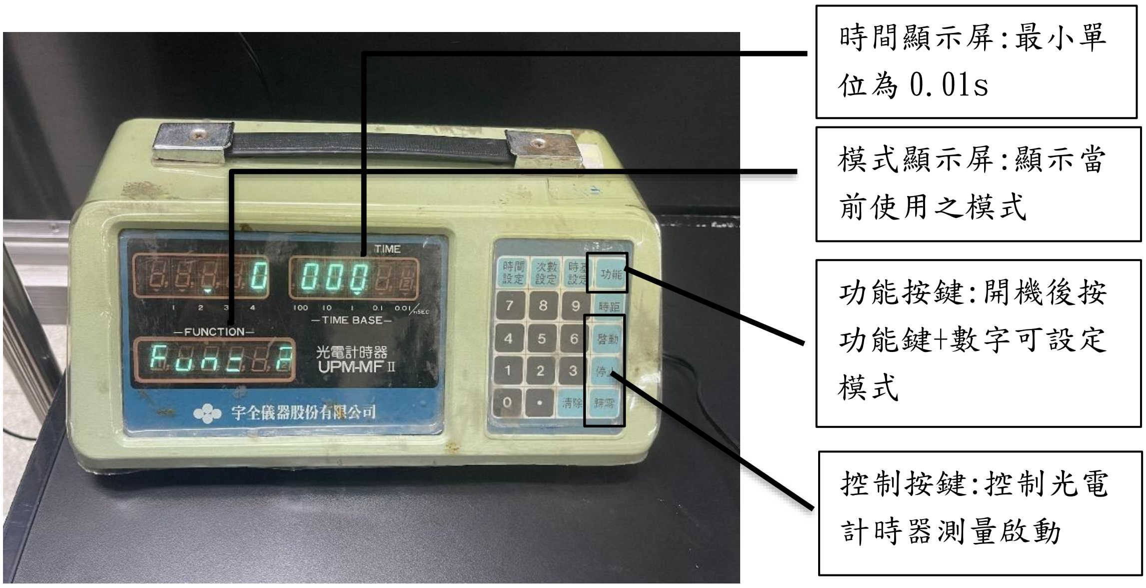
在 R. C. Cross and M. S. Wheatland 的論文〈Modeling a falling slinky〉中提到，彈簧下端的漂浮時間是因縱波自彈簧上端傳遞到下端的所歷時間。論文中以波動方程模擬彈簧下落時彈簧上端的運動方式，並與高速攝影下彈簧上端運動做比對，其結果數據與理論雖約略符合，不過數據的不確定度頗大。很遺憾地，此論文未明確將彈簧下端實際漂浮時間與模型預測進行比對，且實驗結果無法從彈簧上端的運動看出彈簧下端確切的漂浮時間。因此我們對以波動理論解釋彈簧下端漂浮時間的看法抱持存疑的態度。



貳、研究設備及器材

編號	名稱	數量	型號,備註
1	妙妙圈(A)	1 個	直徑：6.32cm、圈數：53.5 質量：123.4g  
2	妙妙圈(B)	1 個	直徑：6.32cm、圈數：28 質量：63.76g  
3	砝　　碼	數個	質量：5、10、20g
4	光電計時器	1 台	精密度：0.001s、型號:upm-mf 2
5	光 電 閘	2	
6	延 長 線	2	
7	黏　　土	適量	
8	泡 棉 膠	適量	
9	電 子 秤	1	精密度：0.01g
10	尺	1	長度：1m、精密度：1mm
11	膠　　帶	適量	

12	金屬掛勾	1	
光電計時器功能介紹			



參、研究過程或方法

一、預力(initial force)彈簧

根據論文〈A Simple Model of Initial Tension in Springs〉，常見的妙妙圈(slinky)是一種預力彈簧，圖(2)是其張力 F 與彈簧長度 l 之關係，圖線之斜率為彈性係數 k。受限於彈簧體積，無張力時之彈簧長度 l_o 比原長 l_1 還要短，使得彈簧在原長狀態便存在預力 $F_o = k(l_1 - l_o)$。

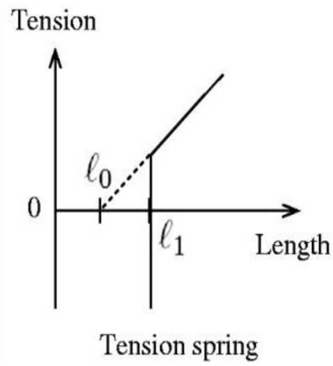


圖 2: 妙妙圈張力與總長關係

當彈簧總長度 l 比起原長 l_1 大時，此時彈簧伸長量 $x=l-l_1$，其張力

$$F=k(l-l_o)=k\left(l-l_1\right)+k\left(l_1-l_o\right)=kx+F_o。$$

二、實驗架設

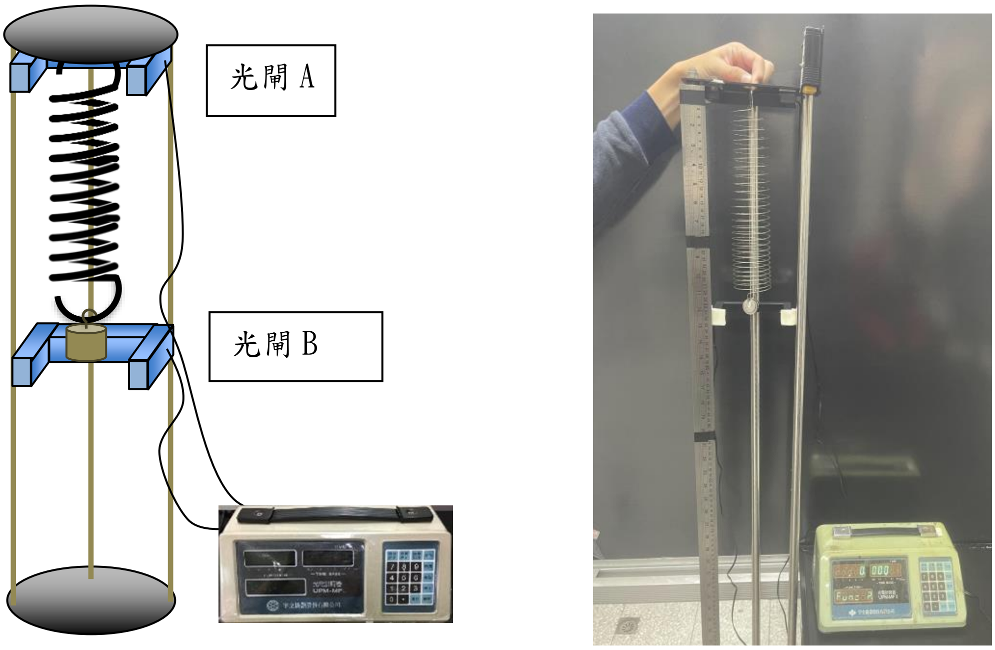


圖 3: 以光電計時器測量懸浮時間的架設

三、實驗方法

(一) 測量妙妙圈之彈性係數 k 與預力 F_o

1. 將妙妙圈鉛直懸掛在鐵架上方，調整下端掛重，並記錄此掛重下的彈簧總長。
2. 測量 10~15 組數據，利用關係圖線之斜率求得妙妙圈的彈性係數 k 與預力 。

(二) 測量妙妙圈之漂浮時間

1. 如圖(3)所示，將光電閘 A 用泡棉膠固定於鐵架上端。
2. 妙妙圈下端掛上砝碼，手持妙妙圈上端並固定於鐵架上方，待妙妙圈沒有明顯晃動時，記下其最下端的位置，將光電閘 B 用泡棉膠固定在彈簧下端之下約 1~2 mm 之處。

3. 開啟光電計時器，於接口 1、2 分別接上光電閘 A、B，並設定模式為 function3。

4. 待彈簧沒有明顯晃動後啟動光電計時器，接著手放開彈簧，使其自由落下。

5. 當彈簧上緣落下遮住光電閘 A 的紅外線，光電計時器會開始計時。彈簧向下聚合完畢，下端彈簧開始掉落，遮住光電閘 B，光電計時器會停止計時，而此時計時器會顯示彈簧下端的漂浮時間。

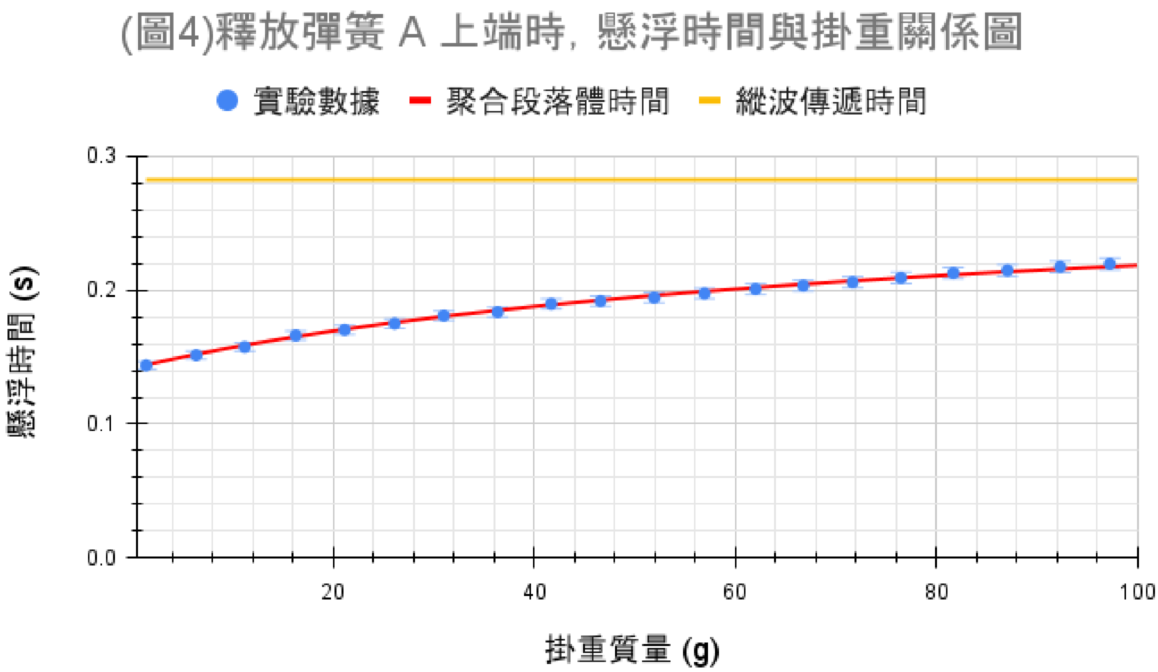
6. 改變下端掛重，相同掛重重複取 5 組數據。

7. 研究目的二與三之作法與目的一類似，只有在計時起點處改成，將上端輕微上提或輕微下推，使得彈簧上端遮住光電閘 A。

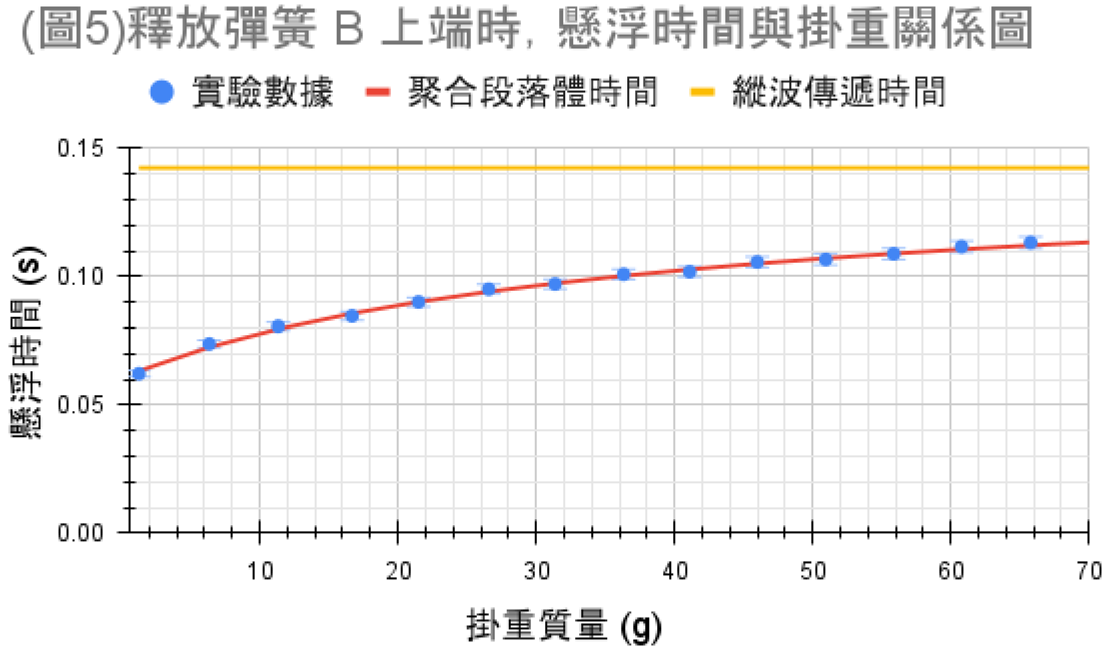
肆、研究結果

一、不同掛重下，釋放彈簧上端時，下方物體的漂浮時間。

（一）彈簧 A

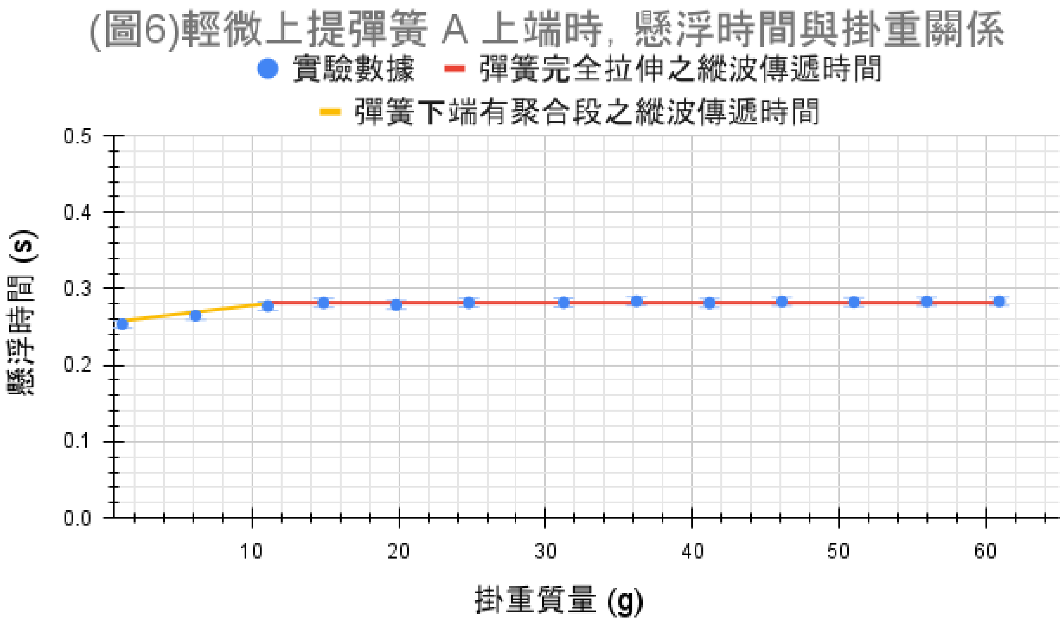


（二）彈簧 B

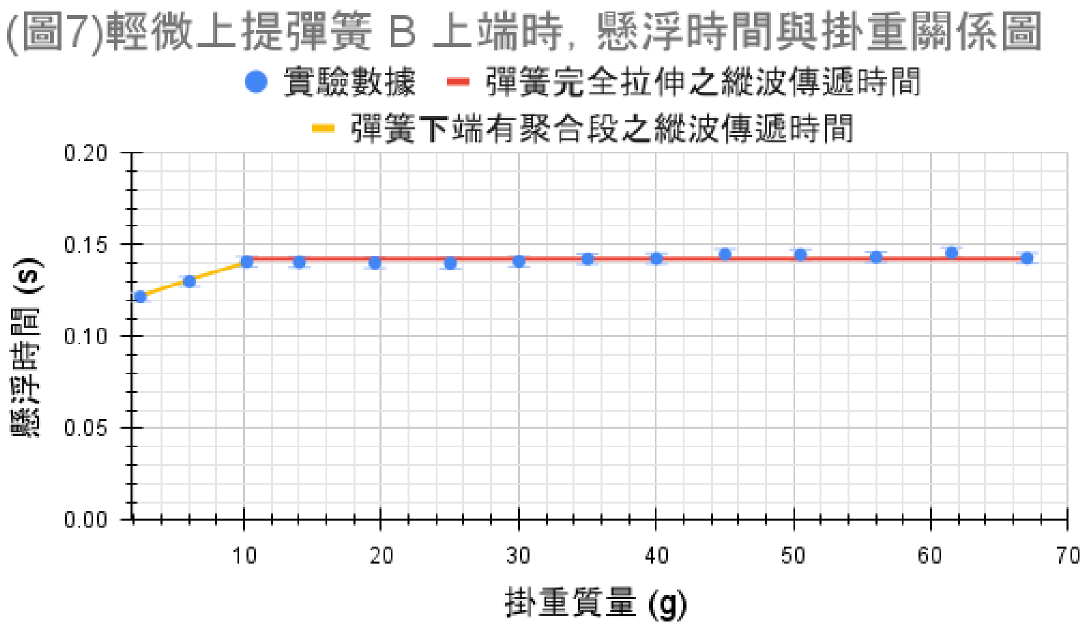


二、不同掛重下，輕微上提彈簧上端時，下方物體的漂浮時間。

（一）彈簧 A



（二）彈簧 B



伍、討論

一、在圖(4)與圖(5)中可看出，當彈簧下端掛重愈大，彈簧上端釋放時，下端漂浮時間　　會愈長。以縱波沿彈簧傳播所需時間(參見附件一、二)來分析並不相符，實際漂浮時間均較理論預測波傳遞所需時間還短。可見以縱波傳遞所需時間來解釋漂浮時間似乎有誤。

二、在圖(6)與圖(7)中可看出，當掛重愈大，輕微上提彈簧上端時，下端漂浮時間幾乎不改變。以縱波沿著彈簧傳播所需時間(參見附件一、二)來分析，卻完全相符。可見彈簧上端輕微上提時，其所生疏部會向下傳遞，當疏部到達下端時，的確造成物體開始上移，此段縱波沿彈簧傳播時間即為懸掛物體的漂浮時間。

三、同理，若是輕微下推彈簧上端而不放開時，應會類似地產生密部向下傳遞，當密部到達下端時，造成物體開始下移。由於疏部與密部在相同張力彈簧中傳播速度並無差異，因此下推彈簧時下端物體的漂浮時間應該與上提彈簧時相同。

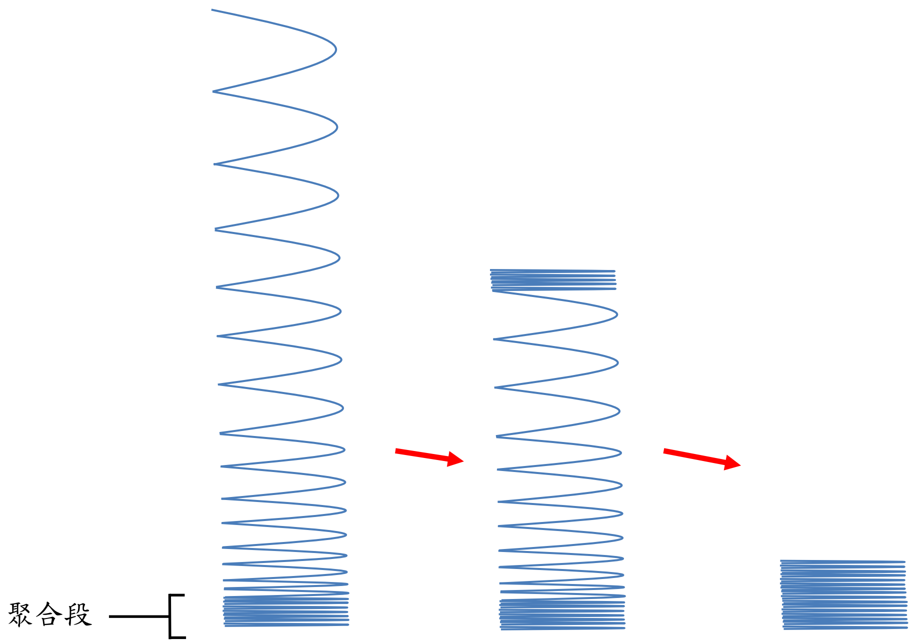


圖 8: 以光電計時器測懸浮時間的測量

四、若以波速來解釋將彈簧上端釋放時下端物體的漂浮時間，由於釋放後彈簧張力由上而下逐步減小，波速勢必隨之減小，以波傳播來解釋漂浮時間，勢必比前述二、三兩點之漂浮時間更長才對，但在圖(4)與圖(5)中卻顯示漂浮時間比用波傳播所需時間來得更短，顯然以傳統波速來解釋漂浮時間確實有誤。

五、觀察彈簧上端釋放後，彈簧上端之聚合段會逐漸增大，直到與下端之聚合段結合時，物體便開始移動。由此可知聚合段前方並無密部提早到達導致物體開始運動。可見這是類似衝擊波中物速快於波速之情況，實際導致下方物體開始運動的是聚合段的抵達。

六、在圖(4)與圖(5)中，改以彈簧懸吊時之初始質心位置，與彈簧完全聚合時的後來質 心位置，搭配質心的自由落體運動所需時間作為下端物體的漂浮時間(參見附件三與五)，所繪得之擬合曲線竟與實驗數據完美重合。綜合以上討論可知，釋放彈簧上端後，下端物體的漂浮時間並非波傳播所需時間，而是聚合段的運動所導致。

附件一：縱波沿水平彈簧傳遞所需時間推導

（彈簧之質量m、原長L、應力F、截面積A、體密度ρ、線密度μ、彈性係數k、楊氏係數為Y）
以彈簧縱波波速來計算傳遞時間

彈簧縱波波速 $v=\sqrt{\frac{Y}{\rho}}=\sqrt{\frac{\frac{\Delta F\cdot L}{A\cdot\Delta L}}{\frac{\mu}{A}}}=\sqrt{\frac{\Delta F\cdot L}{\Delta L\,.\mu}}=\sqrt{\frac{\Delta F\cdot L}{\Delta L\,.\left(\frac{m}{L}\right)}}=L\sqrt{\frac{k}{m}}\ \propto\ L$

彈簧縱波傳遞整條彈簧之時間 $t_h=\frac{L}{v}=\sqrt{\frac{m}{k}}$

則在同一彈簧中，水平彈簧之縱波波前傳播整條彈簧時間為常數

附件二：縱波沿鉛直懸掛彈簧傳播所需時間推導

討論鉛直懸掛彈簧施加不同掛重時，波前傳播時間 ：

（彈簧之質量m、原長L、彈性係數k）

由於鉛質懸掛彈簧之伸長量分布不均，將其分割成無限多段方可忽略伸長量之差異

將彈簧原長分成 N 等分，每一分之 $k_i=Nk$，$m_i=\frac{m}{N}$，鉛直懸掛長度為$L_i^{'}$

由附件一之公式:

$$則第i等分之傳遞速度\ v_i=L_i^{'}\sqrt{\frac{k_i}{m_i}}=L_i^{'}\sqrt{\frac{Nk}{\frac{m}{N}}}=L_i^{'}N\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$第i等分之傳時間\ \ \Delta t_i=\frac{L_i^{'}}{v_i}=\frac{1}{N}\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$整條彈簧之總傳遞時間\ t_v=\sum\Delta t_i=\sum\frac{1}{N}\sqrt{\frac{m}{k}}=\sqrt{\frac{m}{k}}$$

附件三：無預力彈簧鉛直懸掛聚合段落體所需時間推導

利用質心計算漂浮時間：

由上方釋放後，總系統僅受重力影響，可由質心位移去推算漂浮時間

（其中彈簧之質量m、原長L_0、彈性係數k；懸掛物體之質量M、高度l；

s為未伸長之彈簧上的一位置、s'為彈簧懸掛後的位置）

$$\text{彈簧初始懸掛質心}\ x_c = \frac{mx_c(m)+Mx_c(M)}{m+M}$$

$$\text{且}\ mx_c(m) = \int_0^{L_0} s' m \frac{ds}{L_0}$$

考慮彈簧上任一位置，長為 s 的微小段，在懸掛後其長度變為

$$s' = \int_0^s \frac{Mg+m\left(\frac{L_0-x}{L_0}\right)g}{k\left(\frac{L_0}{dx}\right)} + s = \int_0^s \frac{(M+m)g-\left(\frac{mg}{L_0}\right)x}{kL_0}dx + s = \frac{(M+m)g}{kL_0}s - \frac{mg}{2kL_0^2}s^2 + s$$

$$\therefore mx_c(m) = \int_0^{L_0} \left(\frac{(M+m)g}{kL_0}s - \frac{mg}{2kL_0^2}s^2 + s\right)\frac{ds}{L_0}m$$

$$= \int_0^{L_0} \frac{m(M+m)g}{kL_0^2}sds - \int_0^{L_0} \frac{m^2g}{2kL_0^3}s^2ds + \int_0^{L_0} \frac{m}{L_0}sds$$

$$= \frac{m(M+m)g}{2kL_0^2}L_0^2 - \frac{m^2g}{6kL_0^3}L_0^3 + \frac{m}{2L_0}L_0^2$$

$$= \frac{3mMg+2m^2g}{6k} + \frac{mL_0}{2}$$

$$\text{彈簧初始質心位置}\ x_0 = \frac{\left(\frac{3mMg+2m^2g}{6k}+\frac{mL_0}{2}\right)+M\left(L_0+\frac{Mg}{k}+\frac{mg}{2k}+\frac{l}{2}\right)}{m+M}$$

$$\text{彈簧完全聚合後的質心位置}\ x_{t_f} = \frac{m(L_0+\frac{Mg}{k}+\frac{mg}{2k}-\frac{L_0}{2})+M\left(L_0+\frac{Mg}{k}+\frac{mg}{2k}+\frac{l}{2}\right)}{m+M}$$

$$\text{質心位置變化}\ \Delta x = x_{t_f} - x_0 = \frac{3mMg+m^2g}{6k(m+M)}$$

$$\text{利用自由落體公式求得漂浮時間}\ \frac{1}{2}g{t_f}^2 = \frac{3mMg+m^2g}{6k(m+M)}$$

$$\text{漂浮時間}\ t_f = \sqrt{\frac{m(\frac{m}{M}+3)}{3k(\frac{m}{M}+1)}}$$

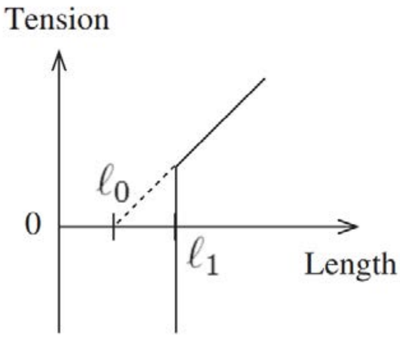
$$\text{當}M \gg m, t_f\ approach\ \sqrt{\frac{3m}{3k}} = \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\text{當}m \gg M, t_f\ approach\ \sqrt{\frac{m}{3k}} = \sqrt{\frac{m}{3k}}$$

附件四：同種彈簧切割後預力不改變

證明：同種預力彈簧切割、串聯後預力不變

（預力彈簧之原長為l_1、預力彈簧理論上恰無預力之長度為l_0、彈性係數k）



由研究過程或方法中的文獻探討(二)可知

$$\text{彈簧預力}\ F_0 = k\left(l_1 - l_0\right)$$

取原本預力彈簧長度的n倍，$l_1' = nl_1$，$l_0' = nl_0$，$k' = \frac{1}{n}k$

$$\text{預力}\ F_0' = k'(l_1' - l_0') = \frac{1}{n}k(nl_1 - nl_0) = k\left(l_1 - l_0\right) = F_0$$

附件五：預力彈簧鉛直懸掛聚合段落體所需時間推導

（彈簧之質量m、原長L_0、預力F、彈性係數k、拉伸比例ξ、不拉伸比例$(1-\xi)$，懸掛物體之質量M，s為未伸長之彈簧上的一位置，s'為彈簧懸掛後的位置）

Case 1: 若 $Mg < F$

彈簧懸掛後，由彈簧未拉伸段之力平衡

$(1-\ \xi)mg = F - Mg$; $\xi mg = mg - (1-\xi)mg = mg + Mg - F$

(2−

彈簧初始懸掛質心 $x_c(m+M,0) = \frac{\xi m\cdot x_c(\xi m,0)+(1-\xi)m\cdot x_c\left((1-\xi)m,0\right)+M\cdot x_c(M,0)}{\xi m+(1-\xi)m+M}$

$$\xi m \cdot x_c\left(\xi m, 0\right) = \int_0^{\xi L} s' \xi m \frac{ds}{\xi L}$$

考慮彈簧上任一位置，長為 s 的微小段，在懸掛後其長度變為

$$s' = \int_0^{s} \frac{(M+(1-\xi)m_t)g + \xi m\left(\frac{\xi L - x}{\xi L}\right)g - F}{k_\xi\left(\frac{\xi L}{dx}\right)} + s\ ;$$

$$\text{又}\ Mg + \left(1-\xi\right)mg = F$$

$$\therefore \text{原式} = \int_0^{s} \frac{\xi mg - \left(\frac{\xi mg}{\xi L}\right)x}{k_\xi \cdot \xi L} dx + s$$

$$= \frac{mg}{k_\xi L}s - \frac{mg}{2\xi k_\xi L^2}s^2 + s$$

$$\therefore \xi m \cdot x_c\left(\xi m, 0\right) = \int_0^{\xi L} \left(\frac{mg}{k_\xi L}s - \frac{mg}{2\xi k_\xi L^2}s^2 + s\right)\xi m \frac{ds}{\xi L}$$

$$= \int_0^{\xi L} \frac{m^2 g}{k_\xi L^2} s ds - \int_0^{\xi L} \frac{m^2 g}{2\xi k_\xi L^3} s^2 ds + \int_0^{\xi L} \frac{m}{L} s ds$$

$$= \frac{m^2 g}{2k_\xi L^2}(\xi L)^2 - \frac{m^2 g}{6\xi k_\xi L^3}(\xi L)^3 + \frac{m}{2L}(\xi L)^2$$

$$= \frac{(\xi m)^2 g}{2k_\xi} - \frac{(\xi m)^2 g}{6k_\xi} + \frac{(\xi m)\cdot(\xi L)}{2}$$

$$= \frac{(\xi m)^2 g}{3k_\xi} + \frac{(\xi m)\cdot(\xi L)}{2}$$

不拉伸部分在漂浮期間內不變

$$\therefore (1-\xi)m\cdot x_c\Big((1-\xi)m,0\Big)=(1-\xi)m\cdot x_c\Big((1-\xi)m,t_f\Big)=C_{(1-\xi)};\text{為一常數}$$

砝碼掛重在漂浮期間內不變

$$\therefore M\cdot x_c(M,0)=M\cdot x_c(M,t_f)=C_M;\text{為一常數}$$

$$(\xi m)\cdot x_c(\xi m,t_f)=(\xi m)\cdot\left(\frac{\xi mg}{2k_\mu}+\frac{\xi L}{2}\right)$$

同附件三的做法，利用質心位置變化及自由落體公式求出漂浮時間

$$\frac{1}{2}gt_f^2=\frac{(\xi m)\cdot\left(\frac{\xi mg}{2k_\mu}+\frac{\xi L}{2}\right)-\left(\frac{(\xi m)^2 g}{3k_\mu}+\frac{(\xi m)\cdot(\xi L)}{2}\right)}{m+M}$$

$$=\frac{(\xi m)^2 g}{6(m+M)k_\mu}$$

漂浮時間 $t_f=\sqrt{\frac{(\xi m)^2}{3(m+M)k_\mu}}=\sqrt{\frac{(\xi m)^3}{3m(m+M)k}}=\sqrt{\frac{(m+M-\frac{F}{g})^3}{3m(m+M)k}}$

Case 2: $Mg\geq F$（$\xi=1$）

彈簧初始懸掛質心 $x_c(m+M,0)=\frac{m\cdot x_c(m,0)+M\cdot x_c(M,0)}{m+M}$

$$m\cdot x_c(m,0)=\int_0^L s' m\frac{ds}{L}$$

$$s'=\int_0^s\frac{Mg+m\left(\frac{L-x}{L}\right)g-F}{k\left(\frac{L}{dx}\right)}+s$$

$$=\int_0^s\frac{(M+m)g-F-\left(\frac{mg}{L}\right)x}{kL}dx+s$$

$$=\frac{(M+m)g-F}{kL}s-\frac{mg}{2kL^2}s^2+s$$

$$\therefore m\cdot x_c(m,0)=\int_0^L\left(\frac{(M+m)g-F}{kL}s-\frac{mg}{2kL^2}s^2+s\right)m\frac{ds}{L}$$

$$=\int_0^L\frac{m((M+m)g-F)}{kL^2}sds-\int_0^L\frac{m^2 g}{2kL^3}s^2ds+\int_0^L\frac{m}{L}sds$$

$$=\frac{m((M+m)g-F)}{2kL^2}L^2-\frac{m^2 g}{6kL^3}L^3+\frac{m}{2L}L^2$$

$$=\frac{m((M+m)g-F)}{2k}-\frac{m^2g}{6k}+\frac{mL}{2}$$

$$=\frac{3mMg+3m^2g-3mF}{6k}-\frac{m^2g}{6k}+\frac{mL}{2}$$

$$=\frac{3mMg+2m^2g-3mF}{6k}+\frac{mL}{2}$$

砝碼掛重質心在漂浮期間內不變

$$\therefore M\cdot x_c\left(M,0\right)=M\cdot x_c\left(M,t_f\right)=C_M;\text{為一常數}$$

$$m\cdot x_c\left(m,t_f\right)=m\cdot\left(L+\frac{Mg-F}{k}+\frac{mg}{2k}-\frac{L}{2}\right)=m\cdot(\frac{Mg-F}{k}+\frac{mg}{2k}+\frac{L}{2})$$

同 Case1 的做法，求出漂浮時間

$$\frac{1}{2}gt_f^2=\frac{m\cdot\left(\frac{Mg-F}{k}+\frac{mg}{2k}+\frac{L}{2}\right)-\left(\frac{3mMg+2m^2g-3mF}{6k}+\frac{mL}{2}\right)}{(m+M)}$$

$$=\frac{3mMg+m^2g-3mF}{6k}$$

$$\text{漂浮時間}\ \ t_f=\sqrt{\frac{m\left(m+3M-\frac{3F}{g}\right)}{3(m+M)k}}$$

附件六：驗證

驗證合理性 1: 不掛重物($M = 0$)

則彈簧自身會有拉伸部分和不拉伸部分

令拉伸部分重ξm, *不拉伸部分重*$(1-\xi)m$，*則*$(1-\xi)mg = F$

以 Case 1 角度:

$$t_f = \sqrt{\frac{(\xi m)^3}{3m(m+M)k}} = \sqrt{\frac{(\xi m)^3}{3m^2k}} = \sqrt{\frac{m}{3k}\xi^3}$$

以 Case2 角度:

$$\xi m\text{為彈簧}; \ (1-\xi)m\text{為砝碼}$$

$$t_f = \sqrt{\frac{m\left(m+3M-\frac{3F}{g}\right)}{3(m+M)k}} = \sqrt{\frac{\xi m\left(\xi m+3(1-\xi)m-\frac{3F}{g}\right)}{3\frac{m}{\xi m}\left(\xi m+(1-\xi)m\right)k}} = \sqrt{\frac{(\xi m)^3}{3km^2}} = \sqrt{\frac{m}{3k}\xi^3}$$

驗證合理性 2: 掛重與預力相等($Mg = F \Leftrightarrow M = \frac{F}{g}$)

Case 1:

$$t_f = \sqrt{\frac{(m+M-\frac{F}{g})^3}{3m(m+M)k}} = \sqrt{\frac{m^3}{3m(m+M)k}} = \sqrt{\frac{m^2}{3(m+M)k}}$$

Case 2:

$$t_f = \sqrt{\frac{m(m+3M-\frac{3F}{g})}{3(m+M)k}} = \sqrt{\frac{m^2}{3(m+M)k}}$$

陸、結論

一、妙妙圈上端釋放後，會有物速快於波速的現象，彈簧下端的漂浮時間短於縱波傳遞所需時間，實際導致下端運動的是彈簧聚合段的抵達。

二、本研究以聚合段運動導致下方物體運動所導出彈簧下端漂浮時間的公式確實正確可用。

柒、參考文獻資料

- 林祖鳳、伍琇瑩、王文婉、蔣育真（2003）。做不完的彈簧實驗－縱波性質的研究。取自台灣網路科教館，中華民國第四十三屆中小學科學展覽會。
- 李尚謙、高洪斌、林詠哲、陳婉瑜（2005）。消失的地心引力。取自台灣網路科教館，中華民國第四十五屆中小學科學展覽會。
- William G. Unruh(2011) .*The falling slinky.*
- Shimon Kolkowitz(2007) .*The physics of a falling slinky.*
- R. C. Cross and M. S.Wheatland(2012) .*Modeling a falling slinky.*
- William H. Bassichis(2019) .*A Simple Model of Initial Tension in Springs.*
- M. G. Calkin(1993) .*Motion of a falling spring.*
- Robert J. Vanderbei(2017) .*The Falling Slinky*

【評語】051820

本作品乃在探討妙妙圈預力彈簧的部分性質，包括漂浮機制，實驗方法尚可，但其中指出 “文獻中漂浮時間是縱波從上端傳遞到下端的所需時長並不符合觀測結果” 乃為誤解文獻，而且本作品中的所有結論都早已在文獻中被明確指出，因此本作品基本上是重複了文獻中已知的結果，因此，日後同學們在進行研究前，若能對文獻能有更好的理解能力，將不會誤解文獻或重覆已知的結果。

作品簡報

作品名稱

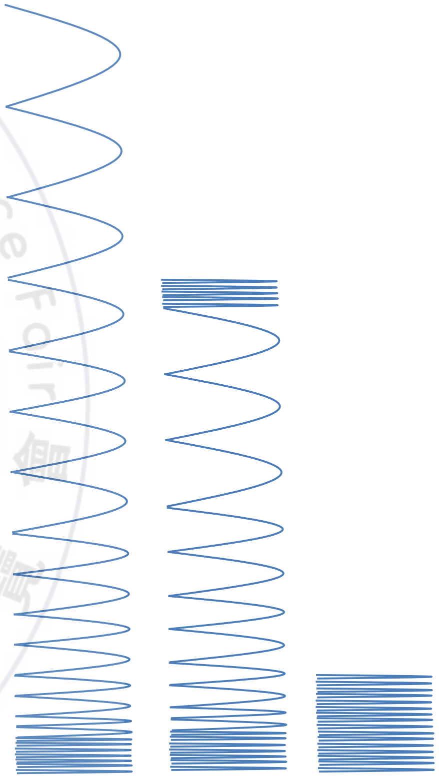
妙妙圈垂直自由落下漂浮時間之探討

科別：物理與天文學科

組別：高級中等學校組

前言—研究動機

- 將妙妙圈鉛直懸吊再釋放，下端會懸浮一段時間。權威研究認為懸浮時間是縱波向下傳播所需時長。
- 我們好奇下端物體的懸浮時間究竟與哪些因素有關，可否建立懸浮時間的公式，因此展開本研究。



圖(一)妙妙圈垂直自由落下之過程

前言－文獻探討

在 R. C. Cross 和 M. S. Wheatland 的論文〈Modeling a falling slinky〉中提到，彈簧下端的漂浮時間等於縱波傳遞時間。

論文中模擬彈簧下落時上端的運動，並以高速攝影比對，結果僅約略符合且不確定度頗大，而且未進行懸浮時間的討論。因此我們對以波動解釋彈簧下端漂浮時間的看法抱持存疑的態度。

前言—研究問題

問題一： 探討不同掛重下，
釋放彈簧上端時，下方物體的懸浮時間。

問題二： 探討不同掛重下，
輕微上提彈簧上端時，下方物體的懸浮時間。

問題三： 確立彈簧下端懸浮時間的機制並建立此公式。

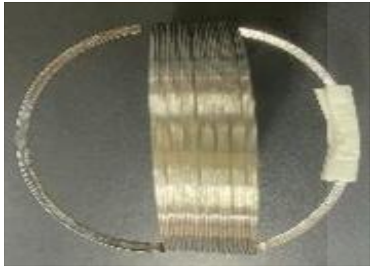
研究方法

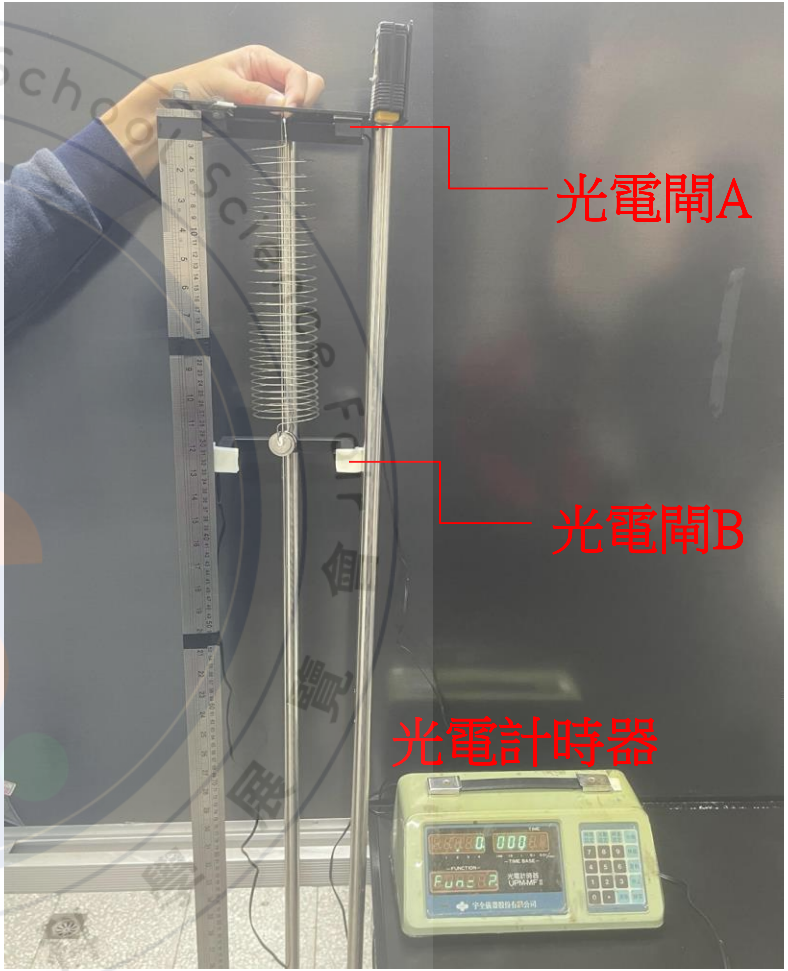
問題一： 1.改變掛重，測量兩彈簧上端釋放時之懸浮時間。
2.分別以縱波傳播與聚合段落體分析懸浮時間。

問題二： 1.改變掛重，測量兩彈簧上端上提時之懸浮時間。
2.以縱波傳播分析懸浮時間。

問題三： 1.利用問題一與問題二的實驗結果確立懸浮模型。
2.利用質心落體與預力彈簧特性推導懸浮時間公式。

研究過程

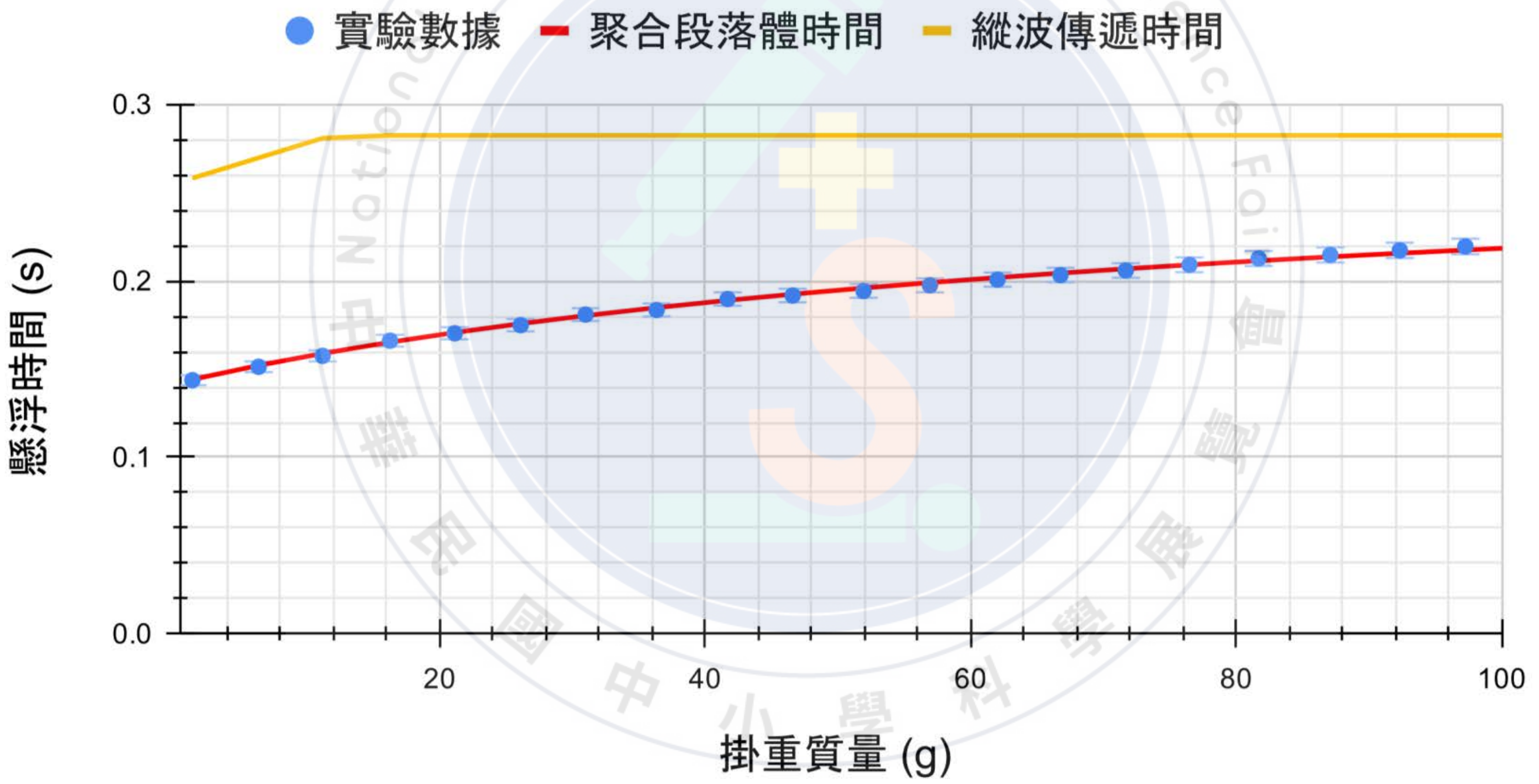
名稱	型號、備註
妙妙圈(A) 	直徑 : 6.32cm 圈數 : 53.5圈 質量 : 123.4g
妙妙圈(B) 	直徑 : 6.32cm 圈數 : 28圈 質量 : 63.76g



圖(二)實驗裝置之照片

研究結果

問題一：釋放彈簧A上端，懸浮時間與掛重關係圖

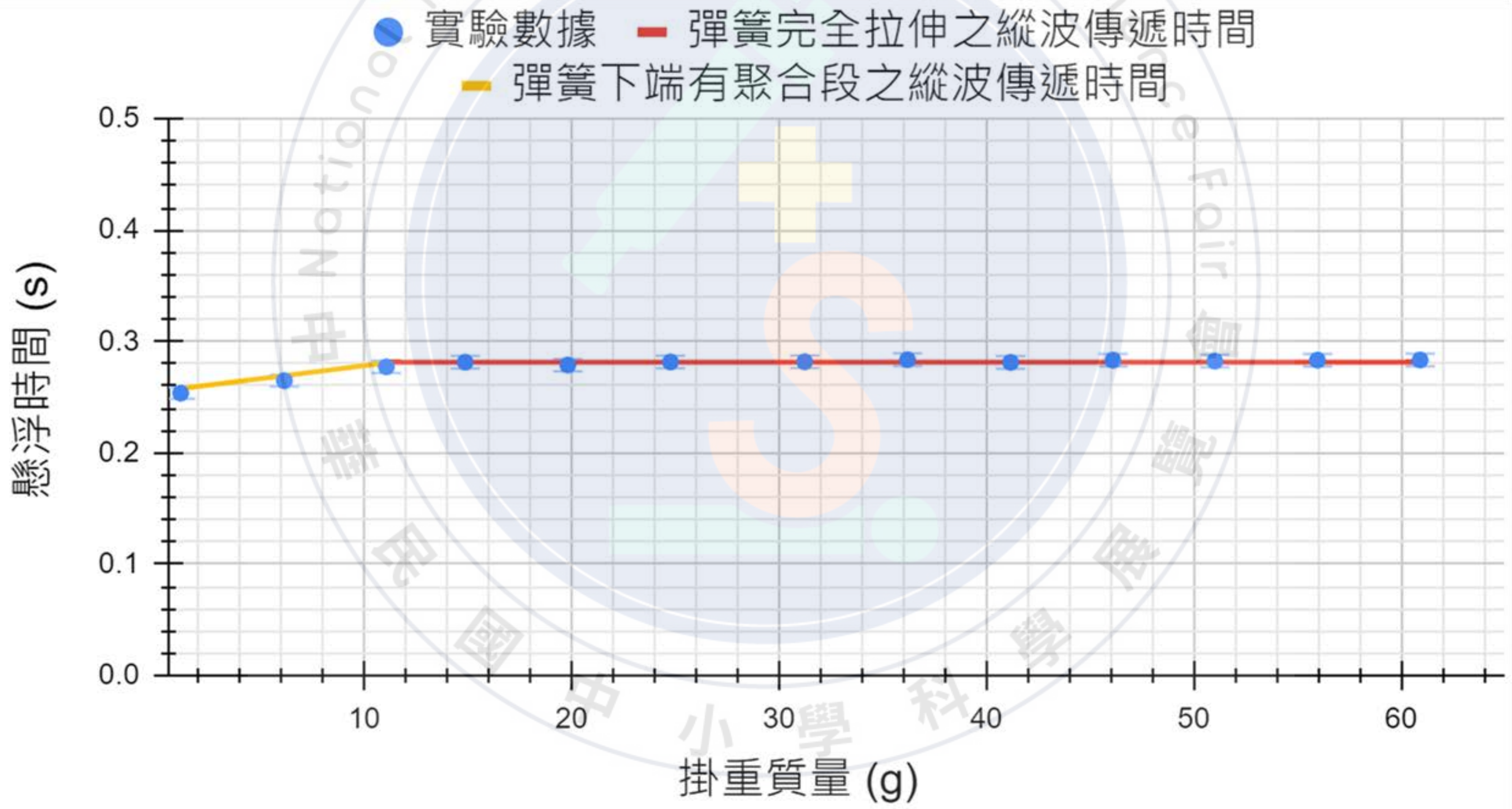


研究結果解釋

- 以縱波沿鉛直彈簧傳播所需時間來分析並不相符，
  實際懸浮時間均較理論預測縱波傳遞所需時間還短。
- 上端釋放後，實際導致下方物體開始運動的是聚合段的抵達。
- 以彈簧懸吊時之初始質心位置，與完全聚合時之質心位置，
  計算落體所需時間，所得擬合曲線與實驗數據完美重合。

研究結果

問題二：上提彈簧 A 上端，懸浮時間與掛重關係圖



研究結果解釋

- 輕微上提彈簧上端不放開時，以疏部縱波沿著彈簧傳播所需時間來分析懸浮時間完全吻合。
- 若是輕微下推彈簧上端而不放開時，則是密部縱波到達下端時才造成物體開始下移，因此下推彈簧時之懸浮時間也是縱波傳播時間。
- 以上兩種情況均是上端未釋放，其懸浮時間確為縱波沿彈簧傳播時間。但彈簧上端若釋放時，其懸浮時間則是聚合段落體造成。

結論

I. 妙妙圈鉛直懸吊再釋放，下端懸浮時間
並非縱波傳播所需時間，而是聚合段的落體時間。

II. 妙妙圈鉛直懸吊再輕微上提不放開時，
下端懸浮時間為縱波傳播所需時間。

III.所推得之聚合段落體所需時間公式，
作為妙妙圈釋放時下端之懸浮時間確實可用。

參考資料

- 林祖鳳、伍琇瑩、王文婉、蔣育真（2003）。做不完的彈簧實驗－縱波性質的研究。取自台灣網路科教館，中華民國第四十三屆中小學科學展覽會。
- 李尚謙、高洪斌、林詠哲、陳婉瑜（2005）。消失的地心引力。取自台灣網路科教館，中華民國第四十五屆中小學科學展覽會。
- William G. Unruh(2011).*The falling slinky.*
- Shimon Kolkowitz(2007).*The physics of a falling slinky*.