

中華民國第 62 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科

051803

不翼而飛—論圓筒飛行器轉速與初速對飛行的
影響

學校名稱：國立新竹女子高級中學

作者： 高二 王佩予 高二 韓夢竹	指導老師： 趙振盛
-------------------------	--------------

關鍵詞：圓筒飛行器、攻角、升力

摘要

本實驗利用自製的x-Zylo（圓筒飛行器）發射器，觀察不同飛行條件下，圓筒飛行器的總位移及側偏距離有何不同。在做完測試後，我們發現轉速與初速是個值得研究的方向，於是我們決定深入探討圓筒飛行器旋轉速度與初速對飛行筒的側偏距離及總位移的影響。結果顯示，轉速較快的狀況下圓筒飛行器側偏距離較小；轉速與初速都和總位移成正相關；而初速越大，側位移越大。於是我們憑藉此結果，並參考文獻，提出了幾項理論來解釋此現象，並且將我們的理論寫成程式，希望能驗證我們理論的可行性。

壹、前言

一、研究動機

之前在網路上看到製作圓筒飛行器的教學影片，覺得十分驚訝，以其圓筒狀的外型，竟能達到和紙飛機相似的飛行軌跡，完全的顛覆了我對有翅膀才能飛的既定印象。經過幾番資料搜索後發現，圓筒飛行器是一個不太能完全適用我們所熟知的空氣動力學定律的飛行器，比如眾所熟知的白努力定律，因上、下氣流並非同一氣流而不適合用於解釋此現象，就算真有白努力定律所提供之升力，也會因為有同時產生之向下的力而互相抵銷，無法解釋圓筒飛行器的飛行軌跡為何與拋物線不同。對此神秘的升力，我們感到相當好奇，在他人已經研究過可達最大水平位移之發射角、丟出力道及內摺次數等變因的前提下，我們決定以側向力、上升力作為應變變因，分析轉速和初速對其的影響，為此謎團開闢新的探究面向。

二、研究目的

- (一) 設計圓筒飛行器的發射器，使圓筒飛行器能在固定發射角和發射力道的前提下穩定射出。
- (二) 測量圓筒飛行器飛行過程中升力的存在與否。
- (三) 探討旋轉方向與側偏方向的關係。
- (四) 探討圓筒飛行器在實際情況下的轉速與初速對飛行器的側向力和上升力是否有影響及如何影響。

貳、 研究設備及器材

一、x-zylo飛行器，又稱圓筒飛行器，如圖一。



圖一、x-zylo飛行器

二、發射器裝置，如圖二所示：彈性係數較大的彈簧（提供向前射出的力）、水管支架（管壁較薄，便於自行裁切）、耐高壓水管（管壁較厚、較硬，用以當作發射管）、紙筒彈射裝置、木頭底座、塑膠片、橡皮筋、瓦楞紙版、泡棉膠、絕緣膠帶、雙面膠。



圖二、發射器裝置

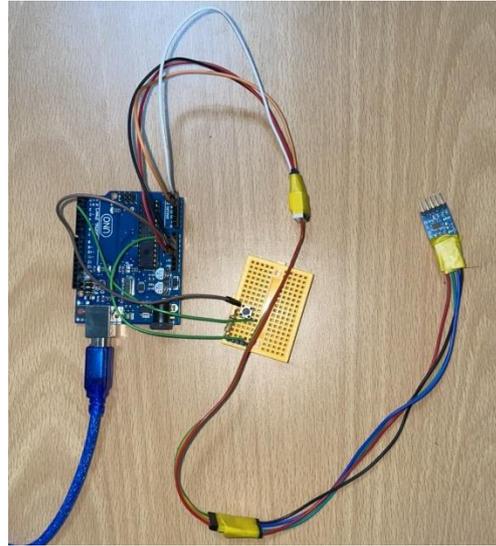
三、轉動裝置：彈簧（利用彈簧扭力達到轉動效果）。

四、記錄器材：iphone使用4K、240fps模式錄影全程飛行，以求清楚的位置解析。

ipad慢動作錄影（fps=120），以精準測量初速。ADXL345加速度計紀錄底座轉動時加速度。



圖三、ADXL345加速度計



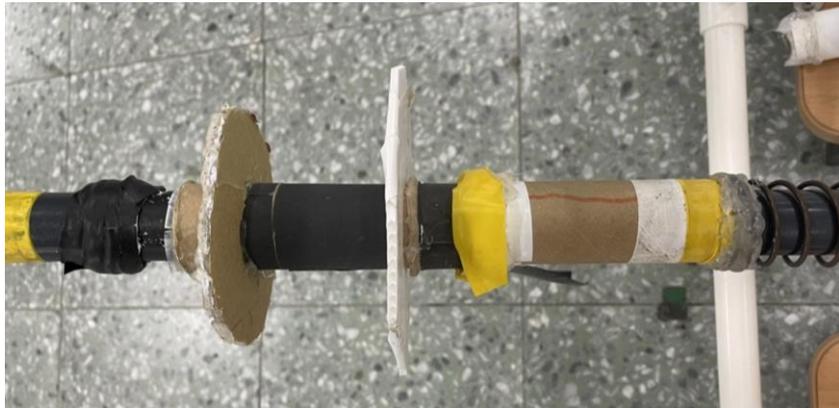
圖四、連接Arduino後的電路

五、分析方法：tracker、excel。

參、研究過程或方法

一、名詞定義

(一) 底座：和飛行器一起在軌道上前進，並帶動其旋轉的機構，如圖五。



圖五、實體底座

(二) 發射管：底座行進時的軌道。

(三) 自轉軸：圓筒飛行器所截的每個圓形之圓心所連成的線。

(四) 攻角 (AOA)：速度和自轉軸的夾角。

- (五) 發射方向：飛行器射出時的速度方向。
- (六) 水平發射方向：發射方向向量之水平分量，此報告後簡稱水平發射方向。
- (七) 升力：在速度與角動量所組成的平面上，垂直速度的力。
- (八) 上升力：飛行過程中，升力產生的鉛直分力。
- (九) 側向力：飛行過程中，升力因為攻角偏轉（攻角不在鉛直面上）而產生的側向分力。
- (十) 總位移：從發射點到落地點的距離。
- (十一) 水平位移：總位移投影在水平發射方向的長度。
- (十二) 側位移：總位移投影在垂直於水平發射方向之線的長度。
- (十三) 理論拋物線位移：拋體被擲出後，在不受除重力以外的外力作用下，發射點到落地點的距離。此份報告所探討的情況皆在角度25度射出，因此其理論拋物線位移為

$$\frac{V_0^2 \cdot \sin 50^\circ}{g} = \frac{V_0^2 \cdot 0.64278760968}{9.8}$$

二、設計圓筒飛行器的發射器

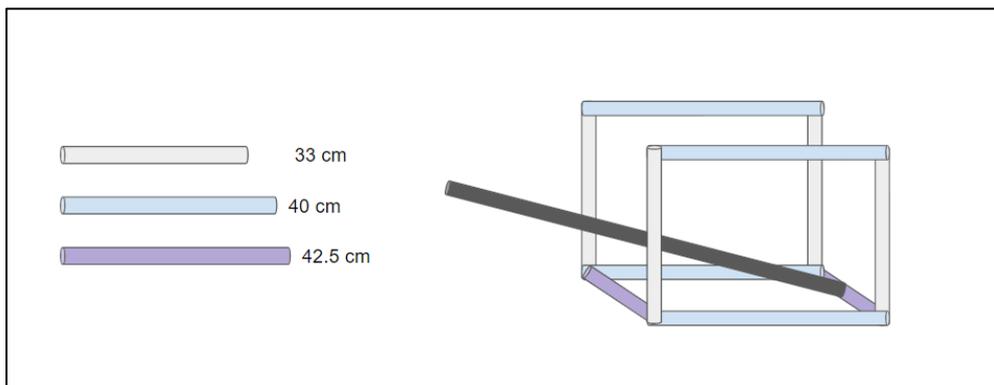
由於用人工投擲的變數太大，角度、初速等都不易控制，因此我們嘗試自製發射器。發射器的設計經過很多版本的嘗試，包含材料（橡皮筋、彈簧種類），及施力的機構相關的設計。

發射器的運作原理大致是利用彈性力量帶動發射底座，並在底座設計一擺放平台，讓圓筒飛行器得以放置在此平台上；當彈性力加速整個發射底座及飛行器後，在發射軌道的末端放置障礙物卡住發射底座，讓飛行器因為慣性射出。

在實驗上，橡皮筋因為無法滿足虎克定律，有比較複雜的計算關係；且橡皮筋的強度也會明顯地隨著使用次數與時間，橡皮筋疲乏、鬆弛。所以我們選用彈簧當作發射器提供力的材料。

(一) 支架

1. 將水管切成如圖六的樣式（長度含轉接頭）。
2. 截斷處皆以轉接頭將其相互接起，結構如附圖六。

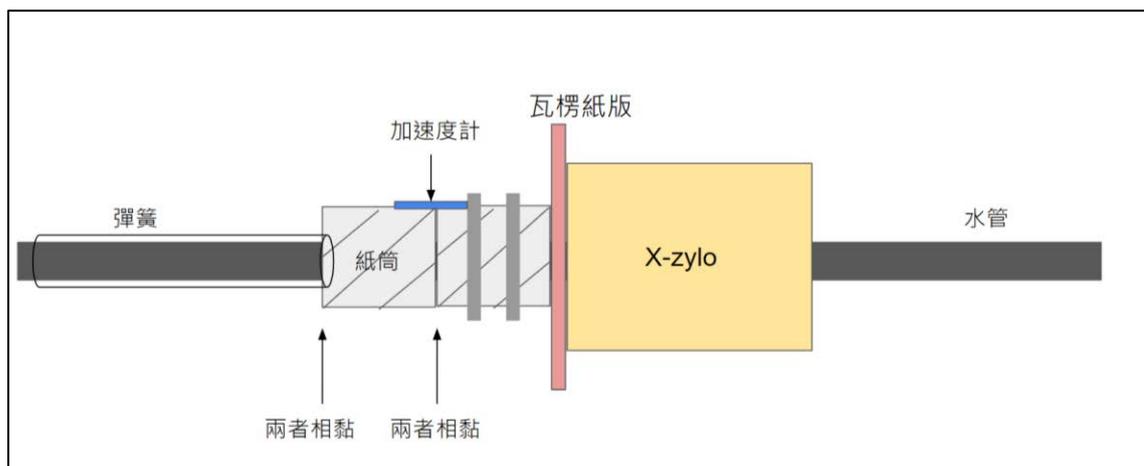


圖六、支架的設計圖（長度分配僅依彈簧長度及現有材料而定）

(二) 發射器



圖七、現行發射裝置



圖八、機構設計

三、實驗流程與紀錄

我們找到校內一個很空曠，沒有風的干擾，且高度挑高的室內展覽空間，來研究飛行器的較長距離飛行。實驗的流程與錄影架設如下。

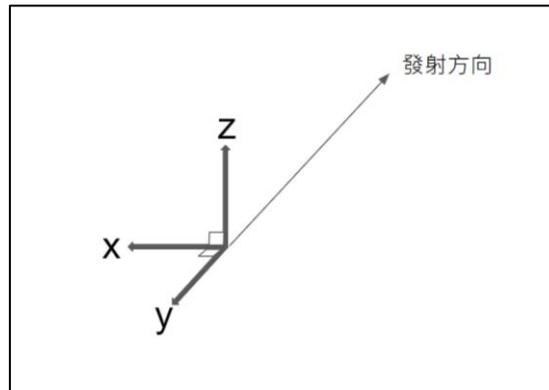
- (一) 在圖十的3個位置，各架設一台攝影機。
- (二) 將飛行器放置於發射器的底座上。
- (三) 將發射底座向後拉至各種壓縮長度，並調整彈簧旋轉的角度。
- (四) 放開底座，使飛行器飛出，並用預先架設好的攝影機及加速度計記錄飛行器的動態。
- (五) 用tracker及excel分析圓筒飛行器離開發射器後的初速、轉速、水平位移、側位移和全程的軌跡。



圖十、實驗的三台攝影機的架設位置示意圖。A攝影機於發射處偏右處拍攝飛行器的側向偏移，B攝影機記錄飛行器初始的飛行，C攝影機從側面紀錄飛行器全程的移動。

四、測量轉速、初速、側位移及總位移

(一) 轉速



圖十一、加速度計方向

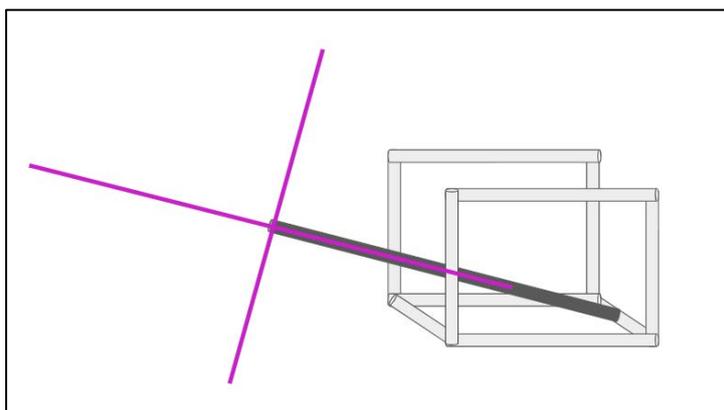
1. 在底座裝上加速度計。
2. 在發射前確保其為水平。
3. 發射後將加速度計讀出的數據複製到excel。
4. 找出發射過程的加速度計數據（發射過程的Y方向的數值會有波動）。
5. 透過excel的積分運算計算出最後的切線方向（X方向）速度。
6. 透過圓周運動切線速度與轉速的切換公式 $\omega = \frac{v}{R}$ 得出 ω 的數值。

(二) 初速

1. 讓架設好的座標軸的x方向與發射管重合，如圖十二所示。
2. 放置校正桿，利用tracker抓取需要的點。
3. 利用試算表繪製趨勢線如圖十三的虛線。
4. 取趨勢線斜率作為本次實驗的初速。

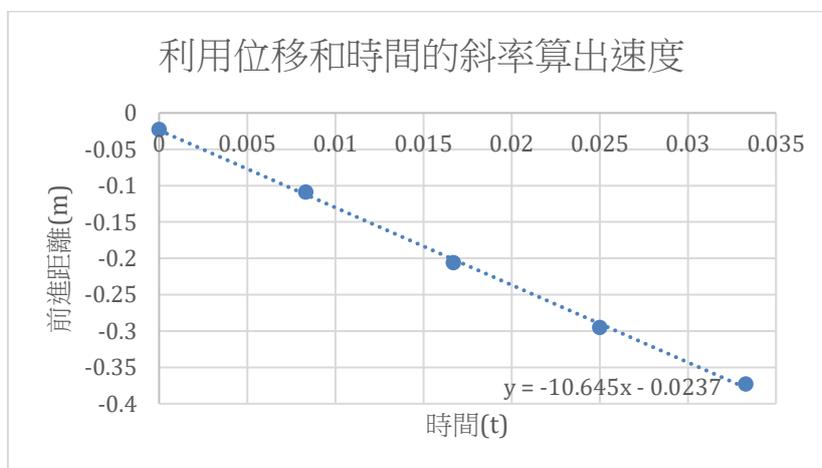
5. 利用彈力位能的公式 $U_s = \frac{1}{2}kx^2$ 與摩擦力做功帶入功能定理 $\frac{1}{2}kx^2 - f_k \cdot S = \frac{1}{2}mv^2$ ， m 為 x-zylo 與彈射部位（底座及飛行器）的總質量 $0.33kg$ 、 x 為彈簧的壓縮量、 S 為 x-zylo 與彈射部位與水管管壁接觸期間的總位移、而 f_k 為行進過程中受到的動摩擦力總和（附件二中有透過實驗將此值量測出）。我們估算飛行器的拋出速度的理論最大值 $v = \sqrt{\frac{kx^2}{m} - \frac{2f_k \cdot S}{m}}$ (m/s)。

6. 將實測出的速度對照理論值，確認其不大於理論值，以確定 Tracker 測出的初速的精確度。



圖十二、使 x 方向與發射管方向重合，並選取初始幾幀飛行器的位置

（紫色為 xy 軸，深灰色處為發射管）

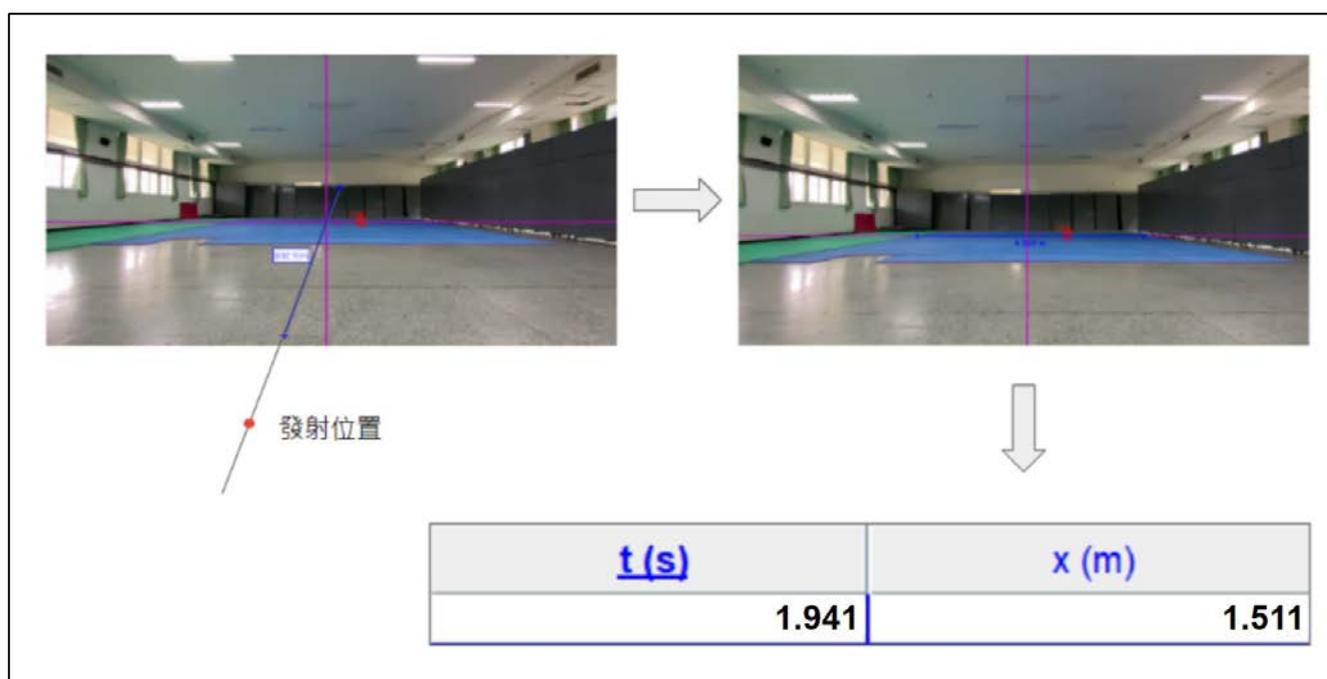


圖十三、利用 tracker 抓取飛行器的發射初期位置，以估算初速。

以圖中為例，初速約為 10.64m/s。

(三) 側位移與飛行器行進時間

1. 利用tracker 找出飛行器的落地點。
2. 畫一條與發射位置所對準的地磚重合的藍線。
3. 將座標軸的中心架於藍線上，並使x軸平行於地磚且通過落地點。
4. 將校正桿移至x軸上，並取藍色地磚寬8.92m為校正依據。
5. 利用tracker得出飛行器落地時，對發射方向的最短距離，即為此定義的側位移。
6. 為了避免拍攝視角的誤差，在實驗過程中我們紀錄了落地的磁磚位置，並將兩筆數據進行比對，淘汰掉相差超過0.15m（半個磁磚）的數據。
7. 而將幀數調整為我們所採用的60fps後，Tracker會自動計算開始到結束的時間，此即為飛行器行進時間。



圖十四、架一台攝影機於發射器處以記錄飛行器的側偏位移。以地上格線即巧拼大小為影像的長度基準。

(四) 總位移

1. 在實驗過程中我們紀錄了落地的磁磚位置，並且透過影片觀察飛行器相對瓷磚的落地點得出水平位移（水平位移並未採用側位移的Tracker測法，原因是因為行進距離較長，拍攝誤差較大）。
2. 由側位移與水平位移藉畢氏定理計算而得。

五、實驗的操縱變因：飛行器的轉速和初速（力度）

(一) 轉速

1. 在圖十上的位置各放置一台攝影機。
2. 將飛行器放置於發射位置上。
3. 將底座向後拉至壓簧的最大壓縮量31公分，並調整彈簧旋轉的角度。
4. 放開底座，使飛行器飛出，並用預先架設好的攝影機及加速度計記錄飛行器的動態。
5. 用Tracker、加速度計及以上分析方法求得圓筒飛行器離開發射器後的初速、轉速、時間和側位移。
6. 套用不同旋轉角度（右轉180度、右轉90度、轉0度、左轉90度、左轉180度），並重複步驟1~5，並各取五次數據。

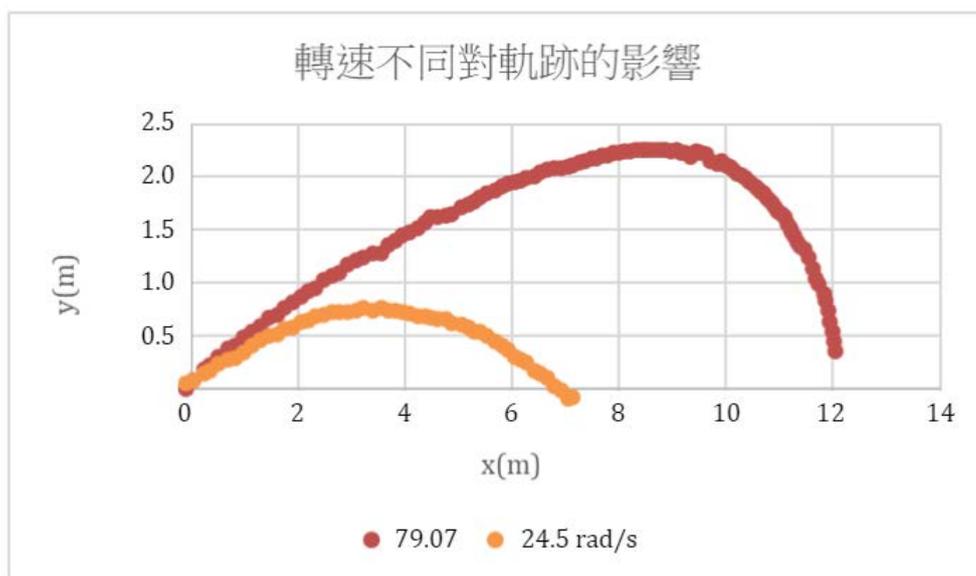
(二) 初速

1. 在圖十上的位置各放置一台攝影機。
2. 將飛行器放置於發射位置上。
3. 壓縮彈簧使其將底座向後拉至該次所應壓縮到的位置。
4. 放開底座，使飛行器飛出，並用預先架設好的攝影機記錄飛行器的軌跡。
5. 用Tracker、加速度計及以上分析方法求得圓筒飛行器離開發射器後的初速、轉速、時間和側位移。
6. 套用不同壓縮位置（壓縮至彈簧長度為7cm、10cm、13cm處），並重複步驟1~5，並各取五次數據。

實驗過程中，我們以不同的扭轉角度及壓縮量當作變因，盡量控制初速及轉速；然而若直接以壓縮量代表初速，難免出現些許誤差。因此，在分析的過程中，我們採用的數據為實際量測出的初速及轉速（依據研究過程與方法四所定義的量測方法）。

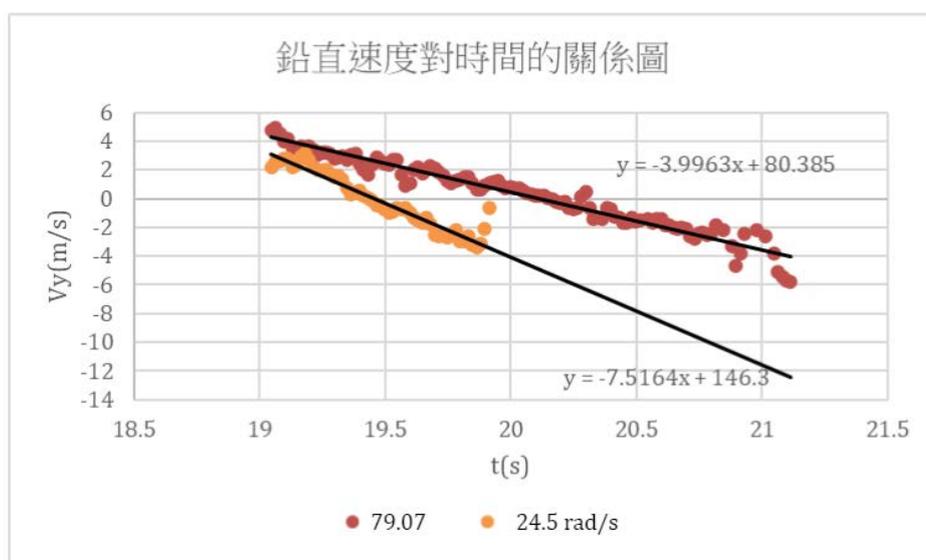
肆、 研究結果

一、 由個別案例軌跡圖證實升力的存在



圖十五、初速同為9.8m/s時，不同轉速對軌跡的影響

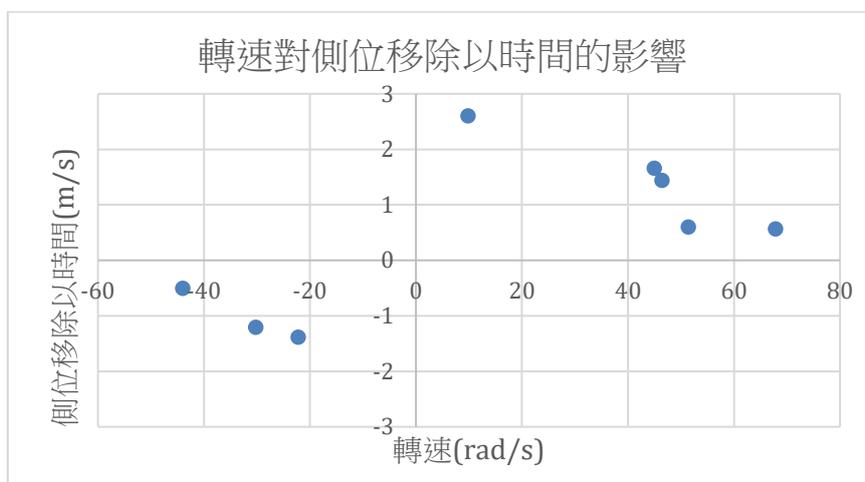
同初速及發射角若無升力作用，最高高度不可能懸殊這麼大，所以此軌跡圖證實了升力的存在。



圖十六、初速同為9.8m/s時，不同轉速的鉛直速度對時間的關係圖。

又由不同轉速的鉛直速度對時間的關係圖可看出其向下加速度約為定值，兩者加速度皆小於重力加速度。

二、轉速對側位移除以時間的影響

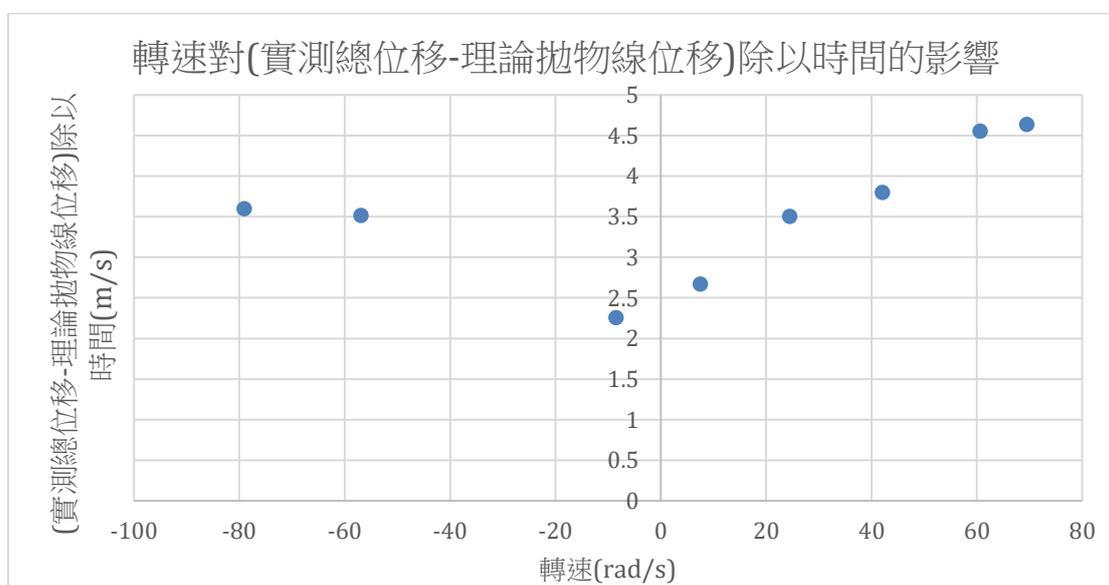


圖十七、轉速對側位移/時間的影響

(正值為以發射者的觀點的逆時針旋轉及向右偏轉的側位移)

圖十七所呈現的是在初速為 10.5 ± 0.5 (m/s)的固定條件下，不同轉速對側位移除以時間之影響。由此可知在轉速量值較小時，側位移除以時間的量值較大。另外，由此圖亦可發現，以發射者的角度，飛行器若是順時針旋轉，飛行器會向左偏轉；逆時針則反之。

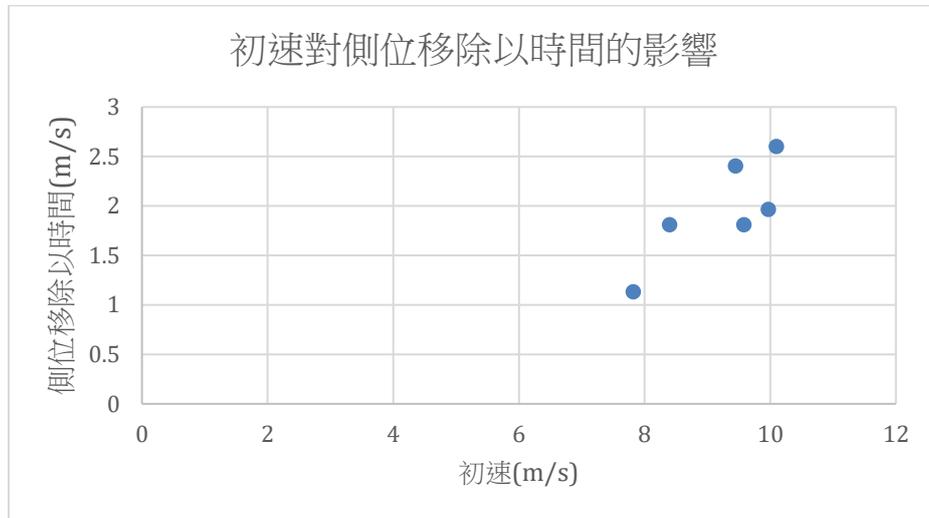
三、轉速對實測總位移減掉理論拋物線位移後除以時間的影響



圖十八、轉速對實測總位移減掉理論拋物線位移後除以時間的影響

圖十八所呈現的是在初速為 $10 \pm 1.0(\text{m/s})$ 的固定條件下，不同轉速對實測總位移減掉理論拋物線位移後除以時間之值的影響。由此圖可發現，在轉速量值較小時，實測總位移減掉理論拋物線位移除以時間之值會較小。

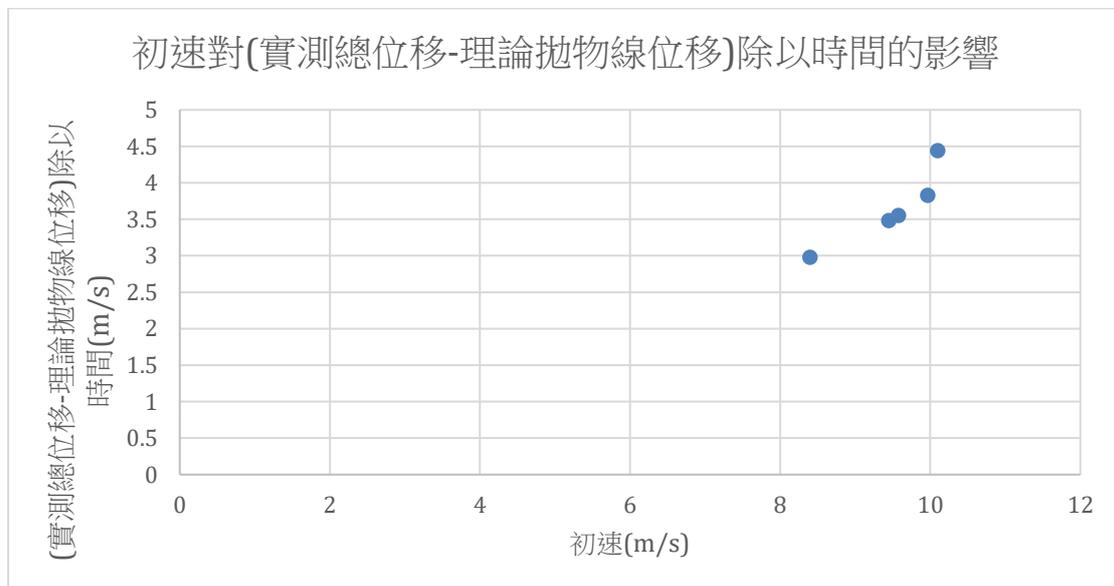
四、 初速對側位移除以時間的影響



圖十九、初速對側位移除以時間之值的影響

圖十九所呈現的是在轉速為 $11.5 \pm 2.2(\text{m/s})$ 的固定條件下，初速對側位移除以時間之值的影響。由此圖可發現，初速較大，側位移除以時間之值較大；初速小則反之。

五、 初速對實測總位移減掉理論拋物線位移後除以時間的影響

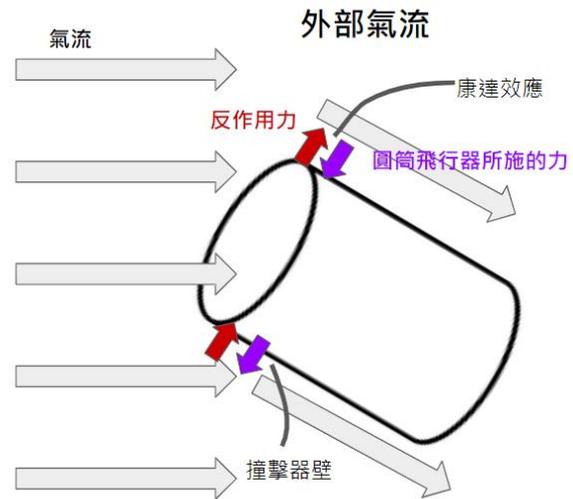
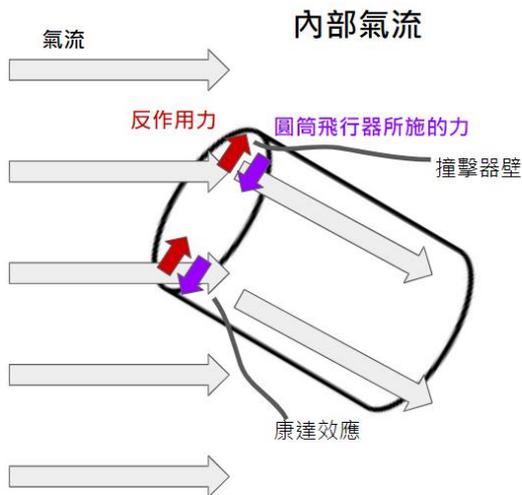


圖二十、初速對實測總位移減掉理論拋物線位移後除以時間之影響

圖二十所呈現的是在轉速為 $11.5 \pm 2.0(\text{m/s})$ 的固定條件下，初速對實測總位移減掉理論拋物線位移後除以時間之影響。由此圖可發現，初速較大，實測總位移減掉理論拋物線位移後除以時間之值較大；初速小則反之。

伍、 討論

一、 升力與阻力



圖二十一、內部氣流對圓筒飛行器的作用力

圖二十二、外部氣流對圓筒飛行器的作用力

當飛行器的自轉軸與速度方向有夾角時，氣流流經飛行器時就會因為康達效應（附壁效應）或撞擊到器壁而轉向，在氣流轉向的過程中，飛行器會施加力給氣流，氣流產生的反作用力可以分成垂直速度方向與平行速度方向的力，如圖二十一、二十二所示。垂直於速度方向的分力有可能就是飛行器升力的來源，而平行於速度方向的分量就是阻力的來源。

二、 側偏

根據前面的實驗及數據分析，如圖十七；我們的實驗結果顯示，若飛行器有一個初始自轉角動量向前（發射者的角度來看，飛行器順時針旋轉）與前進方向的速度相同時，飛行器不會直線前進，而會向左偏轉。但如果飛行器的初始自轉速度為反向時（發射者的角度來看，飛行器若逆時針旋轉），飛行器會向右偏轉。我們的這個結果與過去科展文獻的結果相反（參考資料三）。

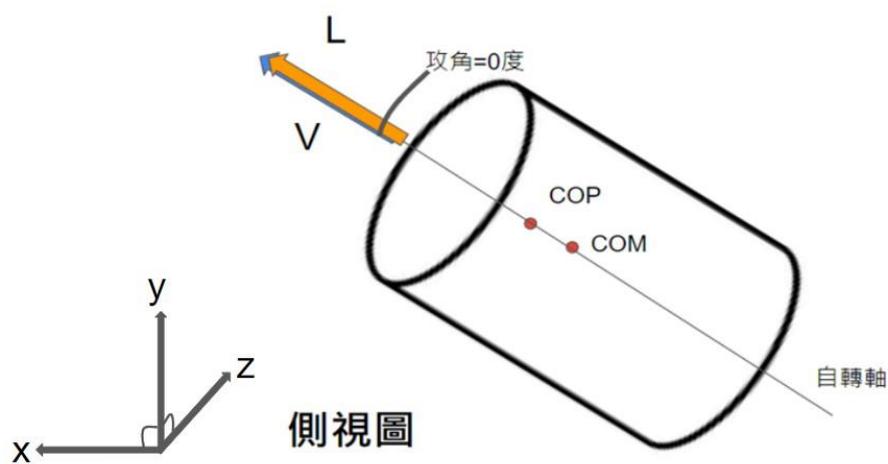
我們針對側偏產生的原因提出一個可能的解釋，另外我們也簡化相關參數，以牛頓力學與旋轉相關力學定律，寫一個Python程式來模擬軌跡。程式跑出來的結果也符合

我們推測的側偏方向，但還是有一些細節對不上，譬如COP的位置會隨著攻角而變化的複雜現象，因此尚無法做到模擬與實驗測量的定量比對，需要再精進。

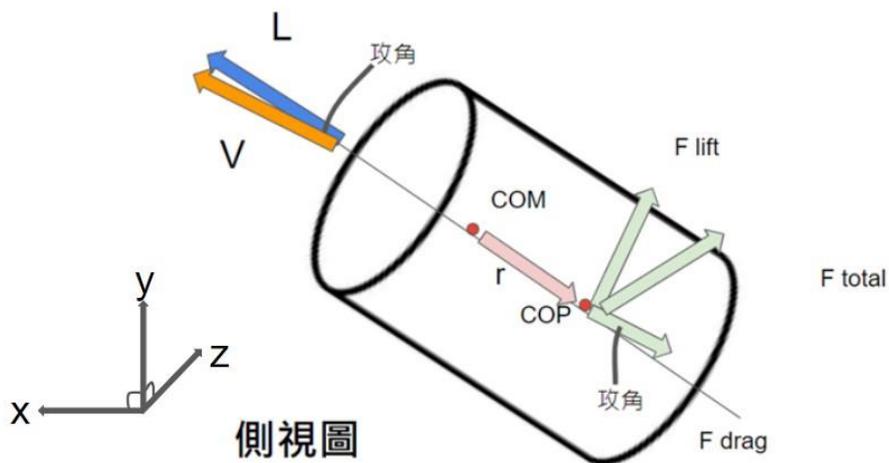


x(m)	y(m)	z(m)
9.59132	-0.00160086	-2.08253

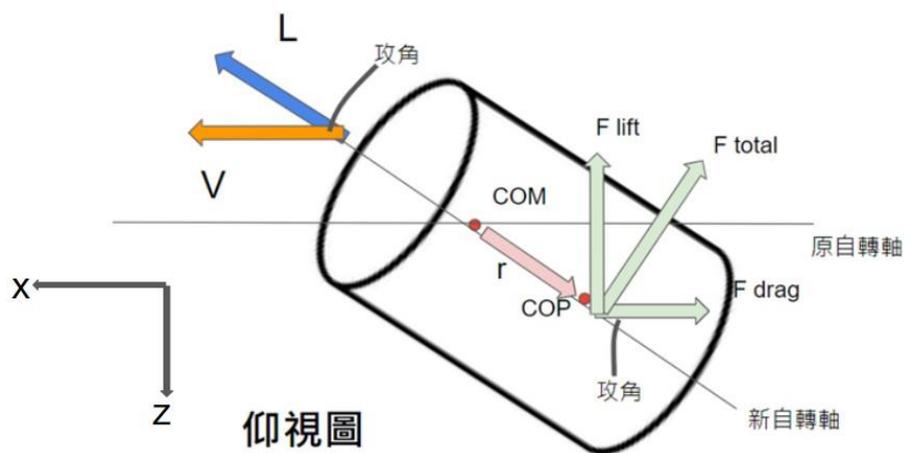
圖二十三、順時針旋轉時的程式模擬結果



圖二十四、剛發射時飛行器的角動量 L_0 與初速度 v_0 同向時的側視圖



圖二十五、發射一小段時間後出現微小攻角時的側視圖



圖二十六、發射過一段時間後飛行器自轉軸偏離原自轉軸時的仰視圖

當飛行器旋轉時，飛行器會有一個初始角動量，此時氣流經過飛行器產生的升力及阻力可視為作用集中在壓力中心(以下簡稱COP, Center Of Pressure)上，COP通常會隨著攻角變化。但飛機空氣動力學相關的書籍會假設COP固定在機翼前緣的25%處(有時候稱為空氣動力中心，Aerodynamic Center, A.C.)；而當攻角AOA改變時，作用上此點的升力大小會隨著攻角改變。

如圖二十四的側視圖所示，剛發射時飛行器的角動量 L_0 與初速度 v_0 同向，飛行器的攻角為零，所以尚無升力產生。

但當飛行器受重力作用一小段時間後，飛行器向上的速度分量減小，所以角動量 L_0 方向與速度 v 方向不同，開始有攻角且升力產生，如圖二十五的側視圖。以飛行器的質心(以下簡稱COM,Center Of Mass)為支點，COP上的升力及阻力會產生一個力矩 $(\vec{r} \times \vec{F}_{total})$ 出紙面；但因為此時升力不大，力矩很小，所以沒有影響角動量 L_0 的方向。

再一段時間後，攻角繼續變大，升力提升，所以COP上的升力、阻力造成的側向出紙面力矩變大，致使飛行器的角動量偏轉明顯，而飛行器的圓柱中心軸（自轉軸）也因此偏轉。當自轉軸偏轉時，自轉軸與飛行器速度方向的夾角（攻角）所在的平面不再垂直於地面，而升力作用的方向會跟著平面轉動，產生往側邊的分力，使速度方向偏轉（如圖二十六的仰視圖）。而偏轉的方向會由角動量的方向與COP的位置共同決定，由發射者的角度來看，飛行器若順時針旋轉，初始的角動量會朝前。一開始攻角極小時，COP的初始位置非常靠近飛行器前緣，會位在COM前方（圖二十四），對COM產生的力矩朝右，與初始角動量疊加後，新的角動量會朝向右前方，進而使速度方向往右偏轉。不久後，隨著攻角增加，COP的位置會向後移動，在某個時刻通過COM，來到COM的後方（圖二十五），這時升力與阻力產生的力矩就會變換方向朝左，使原本朝右前方的角動量漸漸往左偏（圖二十六），並且持續到飛行器落地。因為飛行器的COM位置非常靠前，而且攻角小時升力也小，所以COP在COM前方時產生的力矩並不會如COP在COM後方時大，因此最終造成了順時針方向旋轉的飛行器軌跡會先往右一點點再往左的現象。對於逆時針方向旋轉的飛行器來說，升力和阻力造成的力矩方向完全一樣，但是由於初始角動量朝後，所以向右的力矩疊加後的角動量會朝向右後方，致使飛行器前端朝向左前方，與飛行器順時針旋轉時相反，同理，當力矩朝左時，反而會使飛行器前端朝向右前方，於是最終產生飛行軌跡向右偏的情況。

三、 實驗結果一之討論

由圖十五可以看出，在初速相同的情況下，轉速的差異對飛行距離有很大的影響，橘線的形狀較接近拋物線，推測可能是因為角動量較小，容易偏轉，導致升力大部分都成為側向力，而紅線的飛行距離較遠，軌跡也很特殊，其飛行軌跡在最高點前後明顯不對稱，推測是因為飛行器所受的升力與阻力造成的影響，在不討論側偏的情況下，由於飛行器在飛行過程中持續受到-x方向的力，所以和拋體運動不同，飛行器的 v_x 變小，導致了特殊的軌跡，而從圖十六可以看出，兩者Y方向的加速度量值皆小於 g ，可以推測出有升力的存在，而飛行距離較遠的那組數據，Y方向升力較大，較近的數據，升力較小，雖然兩者初速相同，升力應該差不多，但是因為轉速小而導致角

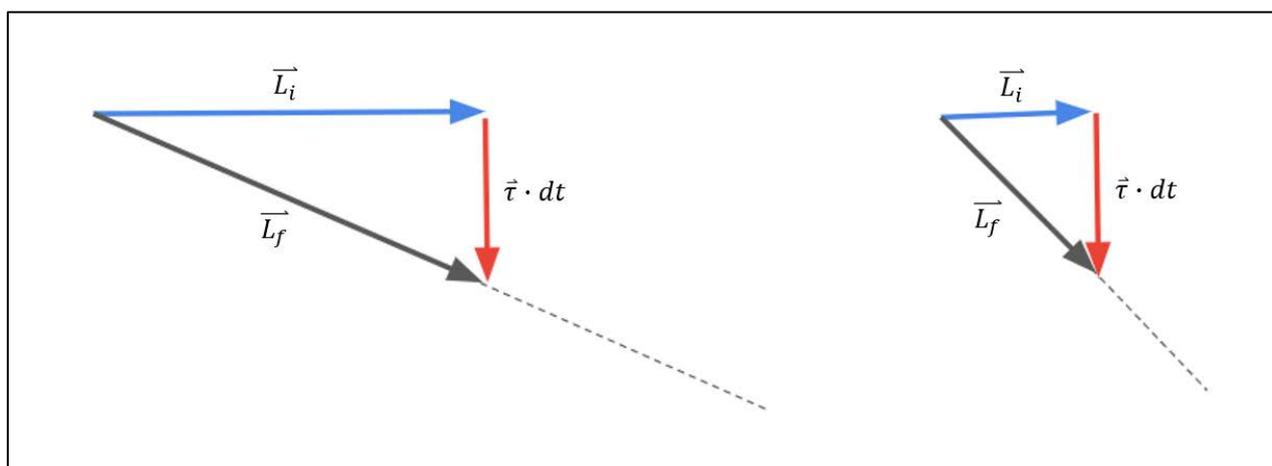
動量小的那組很容易偏轉，升力大部分的力都成為側向分力，作用在X、Y方向上的力就變少。而在分析的過程中，我們意外發現Y方向上的速度雖有不固定的升力與固定的重力同時作用，但卻呈現出接近等加速的圖形，有可能是因為升力與其它的作用力交互作用後的結果就是Y方向的升力分量接近定值，此有趣的現象很值得以實驗或理論方法進一步探討。

四、 實驗結果二之討論

實驗結果二（圖十七）顯示轉速量值較小時，側位移除以時間的量值較大，轉速大則反之。此情況可用以下時變角動量的觀點進行解釋。

$$\vec{L}_f = \vec{L}_i + \vec{\tau} \cdot dt$$

\vec{L}_f 為下一瞬間的角動量值、 \vec{L}_i 為此瞬間的角動量值、 $\vec{\tau}$ 為作用於COP上的升力對COM產生的力矩。在轉速大的情況下，初始角動量亦會較大，因此力矩對角動量偏轉角度之影響會隨之減少，如圖二十七所示。



圖二十七、初始角動量量值對下一瞬間角動量方向的影響

此時，角動量的偏轉會使攻角偏轉，進而使升力產生側向分力。側位移除以時間的分析方法就是以平均側向力的概念加以探討，由此可知轉速量值較小時，側位移除以時間的量值較大，轉速大則反之。

五、 實驗結果三之討論

由實驗結果三（圖十八）可知，在轉速量值較小時，會出現實測總位移減掉理論拋物線位移除以時間之值小的情況。我們推測其可能原因為轉速較小時，升力偏轉

的情況顯著（由實驗結果二可知），因此，在固定升力下，其側向分力變大，鉛直分力便會變小，而使實測總位移減掉理論拋物線位移除以時間之值較小。

六、 實驗結果四之討論

實驗結果四（圖十九）顯示初速較大，側位移除以時間之值較大；初速小則反之的現象。由空氣動力學中最新推導出的升力公式（參考資料一）

$$F_{lift} = \left[\frac{\pi^2 \alpha}{1 + \frac{\pi \lambda}{2} + \lambda \cdot \tan^{-1}(1.2 \lambda)} \right] \cdot \frac{\rho v^2}{2} \cdot dl$$

α 為攻角、 ρ 為空氣密度、 d 為圓筒直徑、 l 為圓筒深度、 λ 為 $\frac{l}{d}$ 。

可得知速度越大，升力量值越大，而因為升力量值較初速小的情況大，在轉速固定，也就是升力方向固定時，其所受到的側向力量值會較大，故而使側位移除以時間之值較大。

七、 實驗結果五之討論

實驗結果五（圖二十）顯示初速較大，實測總位移減掉理論拋物線位移後除以時間之值較大；初速小則反之。由於初速越大，水平速度分量較大，且由實驗結果四可推知側位移亦會較大，又因為初速大使升力量值大，因此飛行時間較長，導致總位移變大。

陸、 結論

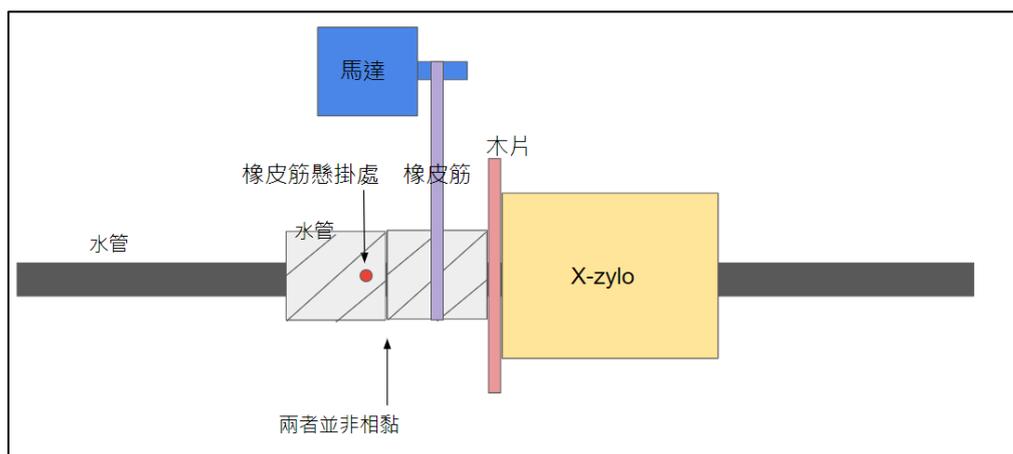
- 一、從實驗數據可看出，圓筒飛行器的飛行過程中的確有升力的存在。
- 二、飛行器順時針旋轉時，飛行軌跡會往左偏，逆時針轉時則反之。
- 三、轉速大會使角動量量值增大，側向力造成的影響較小，側位移較小，總位移較大，轉速小則反之。
- 四、初速大會使升力量值增大，升力的側向分力亦會隨之增大，使得側位移較大，初速小則反之。
- 五、初速大時總位移的量值會較大，初速小則反之。

柒、參考資料及其他

- 一、Nils Wagner,26.Jan.2021, Theoretical and Experimental Investigation into the flight of an X-Zylo,ht
[tps://arxiv.org/pdf/2102.02647.pdf](https://arxiv.org/pdf/2102.02647.pdf)
- 二、國立台中教育大學科學教育與應用學系科學遊戲實驗室-空中騎士<http://scigame.ntcu.edu.tw/air/air-021.html>
- 三、筒中求翼 —研究飛行筒投射條件對於飛行狀態 的影響並探討其飛行原理,黃子育、鄧禮維、簡 翊、翁梓傑,2016<https://www.ntsec.edu.tw/Science-Content.aspx?cat=12947&a=6821&fld=&key=&isd=1&icop=10&p=30&sid=13216>
- 四、轉出飛行的正軌—旋轉與飛行筒穩定飛行因素之探討,2020,作者不明 http://sci.ptc.edu.tw/Ufile/Works/1583473524_421165_95.pdf
- 五、這樣飛太遠！—探討飛行筒的飛行現象，陳植謙、林立璿、游欣紘、黃楹2017 <https://www.ntsec.edu.tw/Science-Content.aspx?cat=53&a=6821&fld=&key=&isd=1&icop=10&p=5&sid=13800>
- 六、Arduino 入門教學：讀取 ADXL345 三軸加速度計，黃彥霖，2013 https://lolikitty.pixnet.net/blog/post/165475299-arduino-%E5%85%A5%E9%96%80%E6%95%99%E5%AD%B8%EF%BC%9A%E8%AE%80%E5%8F%96-adx1345-%E4%B8%89%E8%BB%B8%E5%8A%A0%E9%80%9F%E5%BA%A6%E8%A8%88?fbclid=IwAR2rOirCCO_srJLkWkmjb1KtMprbkQtZ7ONTjAtsusDgdAQQr70cSg5HExc

附件一、發射器的改良與製作

(一) 第一代發射器



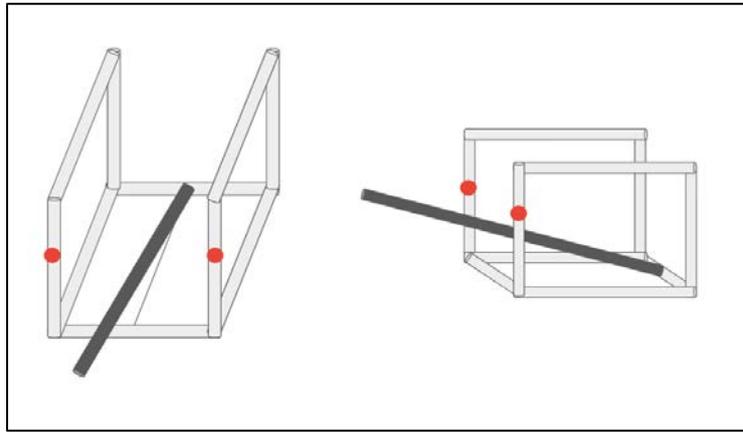
圖二十八、第一代發射器的示意圖，發射器底座是PVC水管。（左邊的灰色裝置為軌道上的可自由滑動的水管圓筒，即底座，紅點處為圓筒與橡皮筋的固定位置）

1. 製作流程

- (1) 以一根72 cm的長水管（圖二十八的深灰色水管）當作飛行器的初始加速軌道。
- (2) 在木片上塗上一圈熱熔膠，使飛行器和加速軌道盡量保持不接觸。
- (3) 將長水管的一端固定於支架末端預留的T型轉接頭，並將圖五的大、小水管、木片、馬達及圓筒飛行器安置好。
- (4) 將橡皮筋的兩端分別連接支架（如圖二十九）及發射器上的大水管（如圖二十八）。
- (5) 將馬達固定於水管上方的支架上，並以橡皮筋當傳出帶，讓馬達帶動下方底座而進而帶動飛行器旋轉。（採用壞掉果汁機拆下的馬達。）

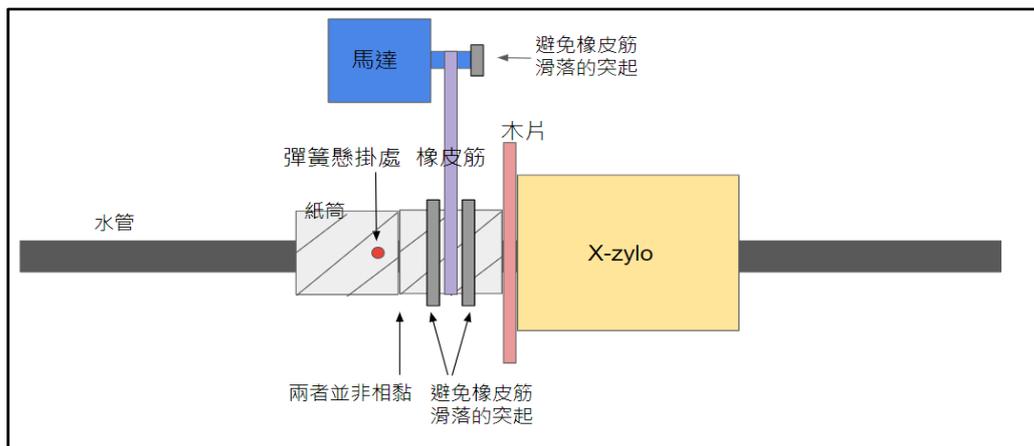
2. 問題

- (1) 初速太小，不足以讓其正常拋射。
- (2) 馬達的高轉速會導致橡皮筋不斷脫落，無法保持跟著馬達的軸轉，而不向前的姿態。
- (3) 使用橡皮筋作為發射的力難以量化。



圖二十九、橡皮筋和彈簧懸掛處

(二) 第二代發射器



圖三十、第二代發射器的示意圖，發射器底座改為紙筒以降低質量。

1. 改善

- (1) 將原本的水管底座換為紙筒材質，使負重減少。
- (2) 在馬達的軸前及底座固定橡皮筋處設計一個突起，防止橡皮筋滑落。
- (3) 改選用彈簧施力，和橡皮筋一樣掛在如六的位置。

2. 問題

- (1) 發射時，底座的設定是要被彈簧帶動而向前，馬達則會停留於原地。然而設計避免橡皮筋脫落的突起後，底座會被橡皮筋套住而受到一個向後的力，使得飛行器的初速受到影響。

- (2) 兩邊的拉簧可能因為不平衡而增加飛行器與管壁的摩擦力，另外，此方法彈簧與前進方向的角度一直在改變，不利於計算前進方向所受的分力。

(三) 第三代發射器

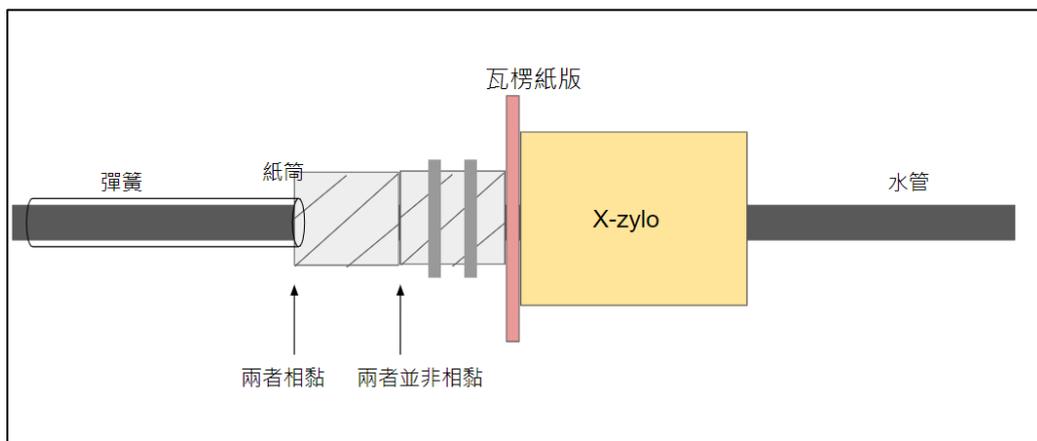
1. 改善

- (1) 將使用傳輸帶的概念轉為齒輪的概念，但由於未能找到適合馬達大小的齒輪，因此利用摩擦力較大的p800砂紙相互摩擦以帶動飛行器旋轉。
- (2) 改選用k值大的壓簧，因為彈簧的硬度夠，幾乎在我們使用的範圍內，不會受傷性的變形或彈性疲乏，所以我們覺得這個部分的裝置設計是能提供比過去更大初速，且更穩定的發射控制。

2. 問題

- (1) 馬達只能在還未發射飛行器時帶動它旋轉，然而一但射出，根據我們的觀察，飛行器會立即停止轉動。

(三) 第四代發射器



圖三十一、現行發射裝置

1. 改善

- (1) 我們剛好也發現壓簧其實可以扭轉來提供飛行器的初始角動量，且其在發射後仍可帶動飛行器旋轉。

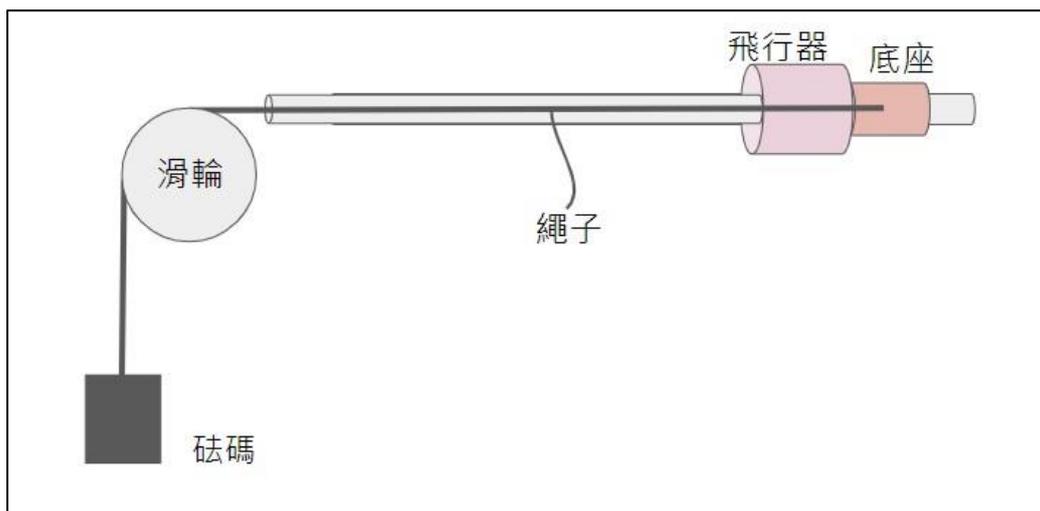
附件二、發射器的相關參數測量

1. 彈性系數 k

- (1) 將壓簧垂直放置於一磅秤上。
- (2) 紀錄三組壓縮量及磅秤讀數。
- (3) 在只知所施的力 F 及壓縮量 x 的情況下，由 $F = kx$ 可知 $k \approx 360(N/m)$ 。

2. 摩擦力 f_k

- (1) 架設一個滑輪裝置如圖九，使其在手握著砝碼時達成靜力平衡。



圖九、測量飛行器底座和水管摩擦力的實驗裝置

- (2) 用240fps的攝影機拍攝手放開砝碼後的運動。
- (3) 利用Tracker分析砝碼未落地前的加速度量值。
- (4) 透過 $F_{\text{砝碼}} - f_s = ma$ 可得 $f_s \approx 0.954$ 。

附件三、加速度計的程式碼

```
#include <Wire.h>
#include <Adafruit_Sensor.h>
#include <Adafruit_ADXL345_U.h>
#include <Arduino.h>
#include <limits.h>
#define DEVICE (0x53) // Device address as specified in data sheet
Adafruit_ADXL345_Unified accel = Adafruit_ADXL345_Unified(12345);
byte _buff[6];
const int buttonPin = 2;
int buttonPushCounter = 0;
int buttonState = 0;
int lastButtonState = 0;
char POWER_CTL = 0x2D; //Power Control Register
char DATA_FORMAT = 0x31;
char RATE = 0x2C;
char DATA_X0 = 0x32; //X-Axis Data 0
int a=1; //button push counter
int num=0;
void setup(){
    pinMode(buttonPin, INPUT);
    Wire.begin(); // join i2c bus (address optional for master)
    Serial.begin(2000000); // start serial for output. Make sure you set your Serial Monitor to the same!
    Serial.println("init");
    accel.begin();
    accel.setDataRate(ADXL345_DATARATE_800_HZ); //Put the ADXL345 into +/- 16G range
    writeTo(DATA_FORMAT, 0x03);
    //Put the ADXL345 into Measurement Mode by writing 0x08 to the POWER_CTL register.
    writeTo(POWER_CTL, 0x08);
}
void loop(){
    while(!Serial.available()){
        Serial.println("start");
        a=a-1;
        delay(500);
        while(a==0){
            readAccel();
        }
        while (Serial.available()){
            Serial.read(); // clear the input buffer
        }
        Serial.println(num);
    }
}
void readAccel() {
    uint8_t BytesToRead = 6;
    readFrom( DATA_X0, BytesToRead, _buff); //read the acceleration data from the ADXL345
```

```

// each axis reading comes in 10 bit resolution, ie 2 bytes. Least Significant Byte first!!
// thus we are converting both bytes in to one int
int x = (((int)_buff[1]) << 8) | _buff[0];
int y = (((int)_buff[3]) << 8) | _buff[2];
int z = (((int)_buff[5]) << 8) | _buff[4];
Serial.print( x );
Serial.print(" ");
Serial.print( y );
Serial.print(" ");
Serial.println( z );
num++;
button();
}
void button(){
  buttonState = digitalRead(buttonPin);
  if (buttonState != lastButtonState) {
    if (buttonState == HIGH) {
      a++;
    }
    delay(1000);
  }
  lastButtonState = buttonState;
}
void writeTo(byte address, byte val) {
  Wire.beginTransaction(DEVICE); // start transmission to device
  Wire.write(address);           // send register address
  Wire.write(val);               // send value to write
  Wire.endTransmission();       // end transmission
}
// Reads num bytes starting from address register on device in to _buff array
void readFrom(byte address, int num, byte _buff[]) {
  Wire.beginTransaction(DEVICE); // start transmission to device
  Wire.write(address);           // sends address to read from
  Wire.endTransmission();       // end transmission
  Wire.beginTransaction(DEVICE); // start transmission to device
  Wire.requestFrom(DEVICE, num); // request 6 bytes from device
  int i = 0;
  while(Wire.available()){      // device may send less than requested (abnormal)
    _buff[i] = Wire.read();     // receive a byte
    i++;
  }
  Wire.endTransmission();       // end transmission
}
}

```

附件四、模擬理論的程式碼

```
from visual import *
scene = display(width=300, height=300, center=vector(20, 10, 0),background=vector(1,1,1))
floor=box(pos=vector(20,0,0),size=vector(50,0.1,20), color=color.cyan)
la=20
radla=radians(la)
lh=0.5
vi=15
omega=90 #rotation frequency
m=0.02273
com=0.0118
ball = ring(pos=vector(5,lh,0),radius =0.1,make_trail=True,color=vector(0,0,0),thickness=0.01,axis=vector(cos(radla),sin(radla),0),length=0.06)
ball.v=vector(vi*cos(radla),vi*sin(radla),0)
ra=vector(cos(radla),sin(radla),0) #rotational axis
aoa=diff_angle(ball.v,ra) #angle of attack
aoad=degrees(aoa)
aoad2=aoad*aoad
aoad3=aoad**3
aoad4=aoad**4
aoad5=aoad**5
aoad6=aoad**6
drag=0
lift=0
Fdrag=vector(0,0,0)
flift=vector(0,0,0)
Ftot=Fdrag+flift
Li=(omega*m*0.00233153552)*vector(cos(radla),sin(radla),0) #initial angular momentum
L=vector(0,0,0) #side angular momentum
Lf=vector(0,0,0) #final angular momentum
LF=vector(0,0,0) #total side angular momentum
a=1.1
Lm=a*norm(Lf)
t,dt=0 ,0.001
while (ball.pos.y >= 0):
    rate(1000)
    ev = scene.waitfor('keydown mouseleave') #control
    if (ev.event == 'mouseleave'):
        break
    else:
        pass

    if(0 <= aoad <= 20): #calculate angular momentum
        cop030per=0.01175+0.00144*aoad-0.000737*aoad2+0.000156*aoad3-0.0000138*aoad4+0.000000
551*
aoad5-0.00000000828*aoad6 #get position of cop
r030=(com-cop030per)*ra #com cop vector
```

```

tau=cross(r030,Ftot)
L=dt*tau
LF += L
Lm=a*norm(Lf)
Lf=LF+Li-Lm
elif(20 < aoad <= 60)
cop3070per=0.01335 +0.000768*(aoad)-0.0000249*(aoad2)+0.000000358*aoad3-0.00000000188*a
oad4
r3070=(com-cop3070per)*ra
tau=cross(r3070,Ftot)
L=dt*tau
LF += L
Lm=a*norm(Lf)
Lf=LF+Li-Lm
elif(60 < aoad <= 90):
cop7090per=1.1685 -0.0421*aoad +0.000514*aoad2 -0.00000207*aoad3
r7090=(com-cop7090per) *ra
tau=cross(r7090,Ftot)
L=dt*tau
LF += L
Lm=a*norm(Lf)
Lf=LF+Li-Lm
if(Lf.x < 0):
ra=-norm(Lf)
else:
ra=norm(Lf)
aoa=diff_angle(ra,ball.v)
aoad=degrees(aoa) #rad to degrees
aoad2=aoad*aoad
aoad3=aoad**3
aoad4=aoad**4
aoad5=aoad**5
aoad6=aoad**6
if(0<= aoad <=60):
drag=-0.00000000000000829*aoad6 - 0.0000000000000892*aoad5 + 0.00000000284*aoad4 - 0.00000
0211*
aoad3 + 0.00000675*aoad2 - 0.00000858*aoad + 0.000199
lift=0.000351*aoad-0.0000109*aoad2+0.000000146*aoad3-0.000000000822*aoad4
elif(60<aoad<=90):
drag=-0.191+0.008098*aoad-0.00011*aoad2+0.000000483*aoad3
lift=-0.00353+0.000557*aoad-0.0000112*aoad2+0.0000000599*aoad3
Fdrag=- (drag*mag2(ball.v)/m)*norm(ball.v)
vf=proj(ra,ball.v)
vfl=ra - vf
vfl=norm(vfl)
flift=(lift*mag2(ball.v)/m)*vfl
ball.a = vector(0, -9.8, 0)+Fdrag+flift

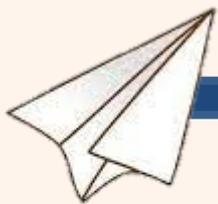
```

```
ball.v += ball.a*dt
ball.pos += ball.v*dt
Ftot=Fdrag+flift
aoa=diff_angle(ball.v,ra)
aoad=degrees(aoa)
aoad2=aoad*aoad
aoad3=aoad**3
aoad4=aoad**4
aoad5=aoad**5
aoad6=aoad**6
print(ball.pos.z)
t+=dt
print(ball.pos-vector(5,0,0))
print(t)
```

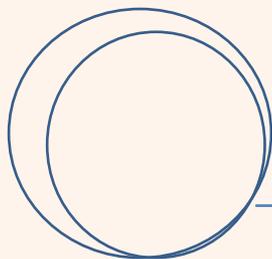
【評語】 051803

本作品以自製的 x-Zylo (圓筒飛行器) 發射器探討轉動對拋體運動的影響與作用，特別是探討側向力、上升力作為變因探討拋體運動之影響。轉動可以穩定拋體運動是一個很老的問題，本實驗在設計、數據、定性分析上雖均能顯現所要探討議題，但定量的探討及分析過程應可以更詳細描述。

作品簡報



不翼而飛——論圓筒飛行器 轉速與初速對飛行的影響



物理與天文學科 高級中等學校組



前言

一、動機

之前在網路上看到製作圓筒飛行器的教學影片，覺得十分驚訝，以其圓筒狀的外型，竟能達到和紙飛機相似的飛行軌跡，完全的顛覆了我對有翅膀才能飛的既定印象。

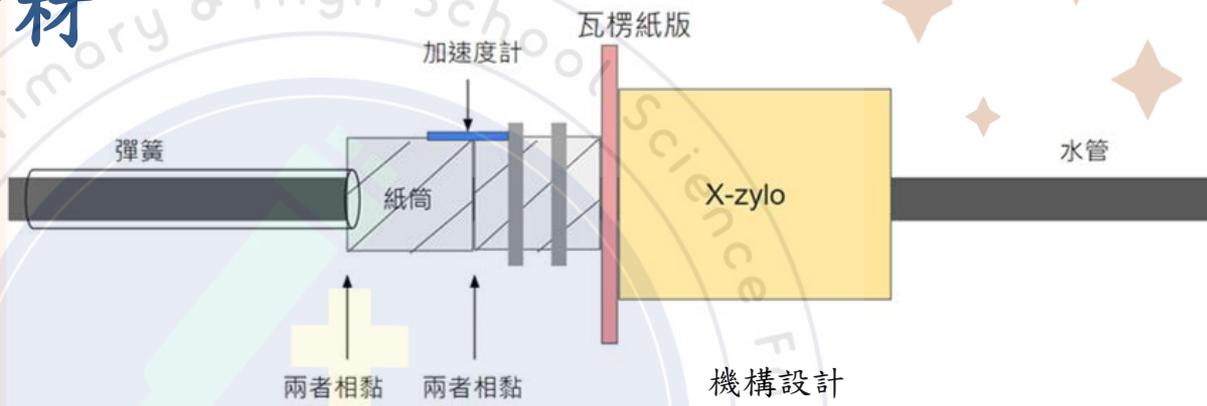
二、目的

1. 設計圓筒飛行器的發射器，使圓筒飛行器能在固定發射角和發射力道的前提下穩定射出。
2. 測量圓筒飛行器飛行過程中升力的存在與否。
3. 探討旋轉方向與側偏方向的關係。
4. 探討圓筒飛行器在實際情況下的轉速與初速對飛行器的側向力和上升力是否有影響及如何影響。

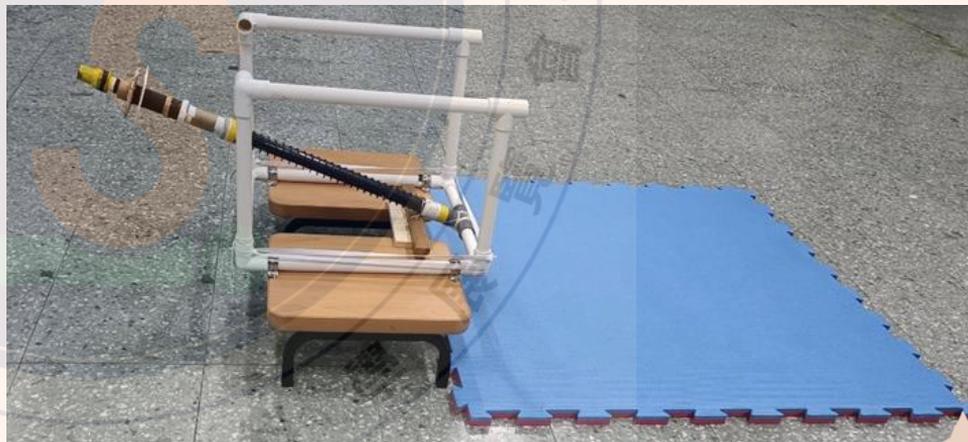
研究設備與器材



x-zylo飛行器



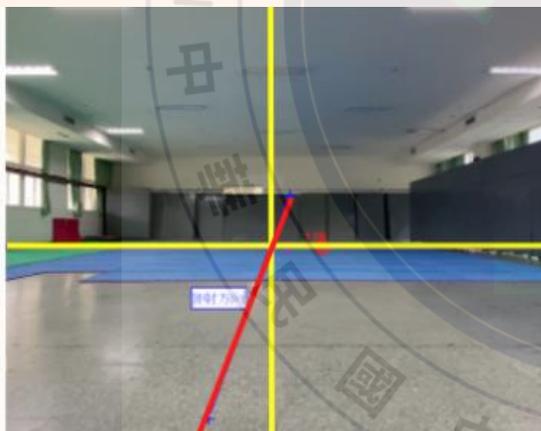
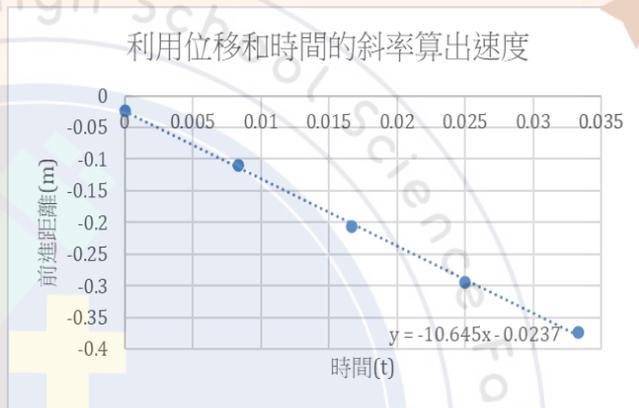
ADXL345加速度計



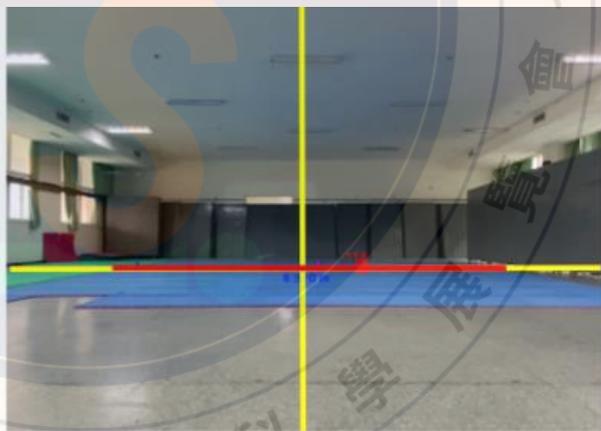
發射裝置

研究過程與方法

1. 轉速：ADXL345加速度計
2. 初速：取以下x-t圖的趨勢線斜率
3. 側位移和時間：Tracker



發射位置



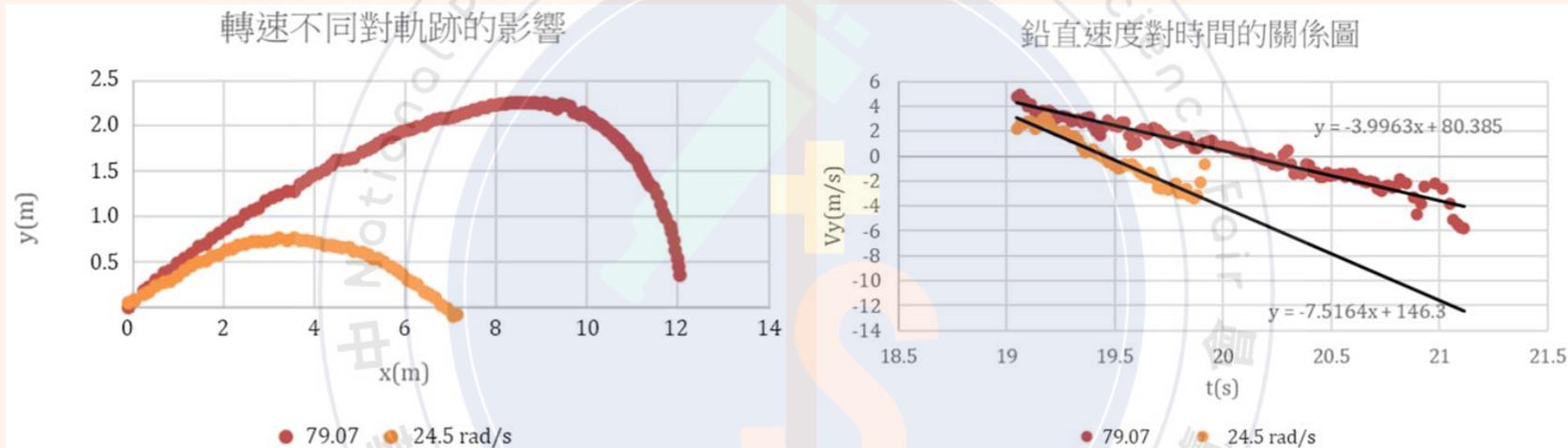
t (s)

1.941

x (m)

1.511

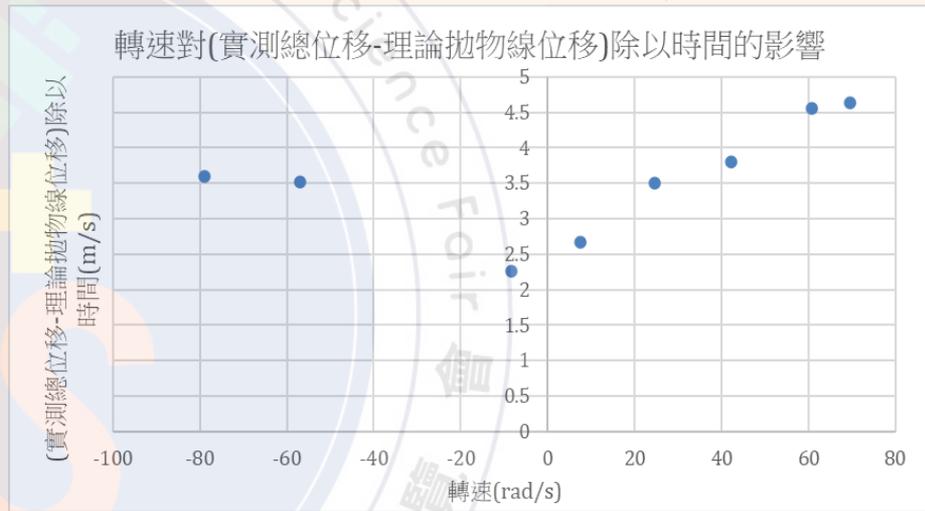
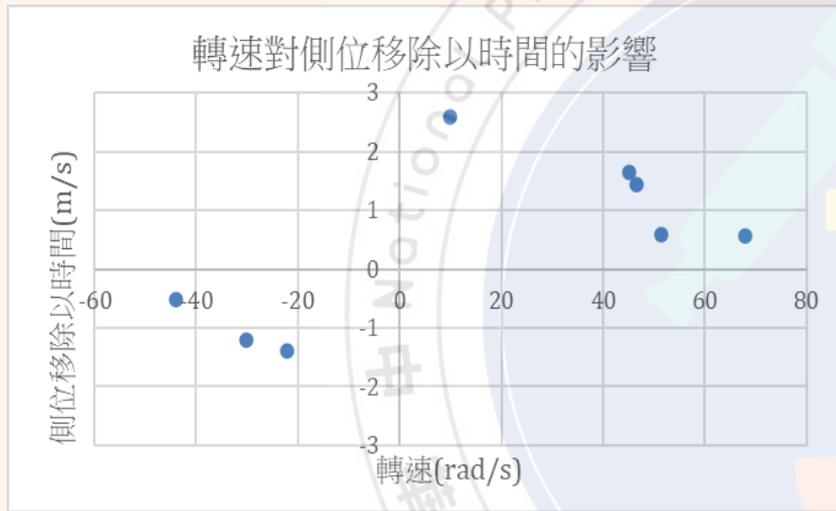
研究結果



由不同轉速的鉛直速度對時間的關係圖可看出，兩者加速度皆小於重力加速度。

同初速及發射角若無升力作用，最高高度不可能懸殊這麼大，因此此軌跡圖證實了升力的存在。

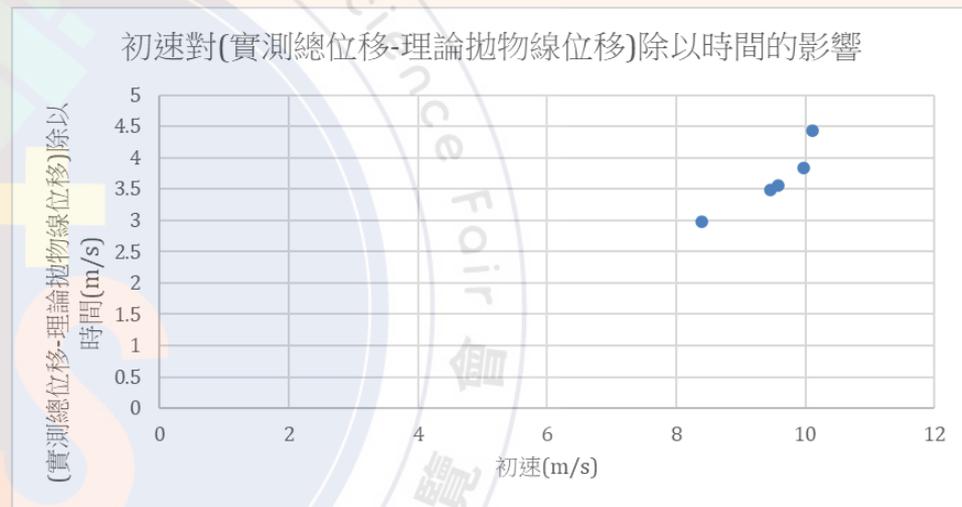
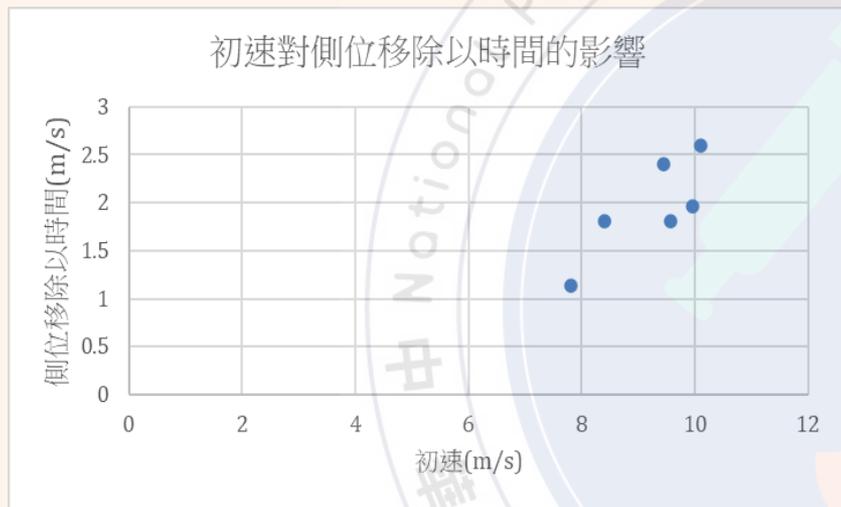
研究結果



在轉速量值較小時，側位移除以時間的量值較大。由此圖亦可發現，以發射者的角度，飛行器若是順時針旋轉，飛行器會向左偏轉；逆時針則反之。

由此圖可發現，在轉速量值較小時，實測總位移減掉理論拋物線位移除以時間之值會較小。

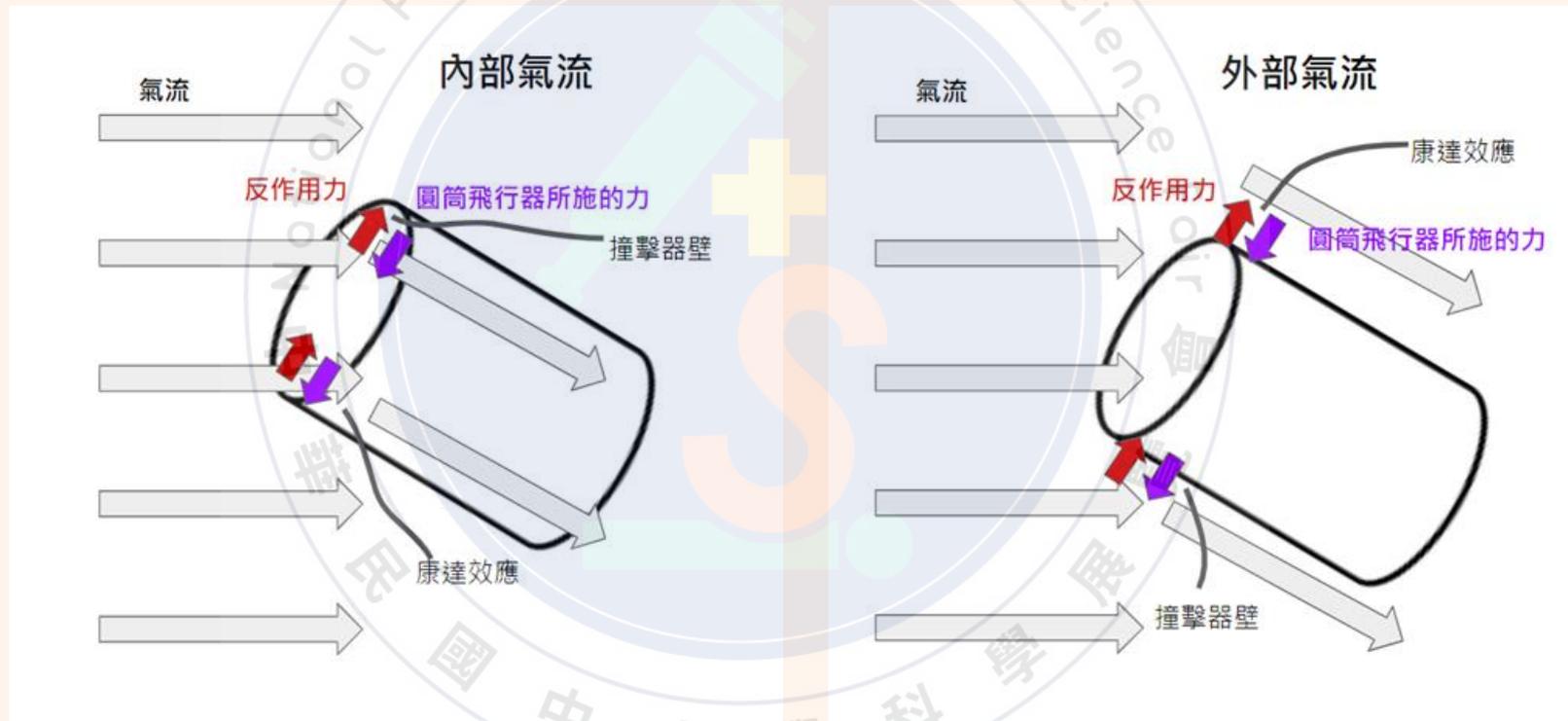
研究結果

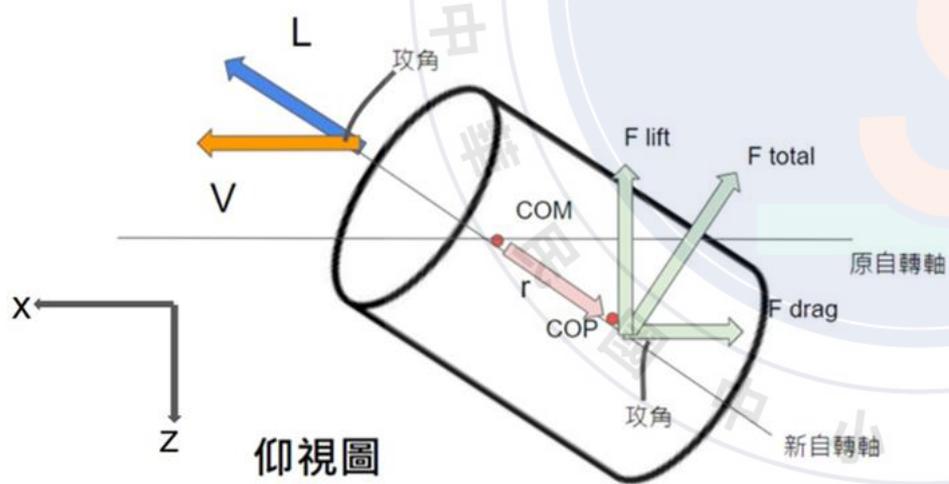
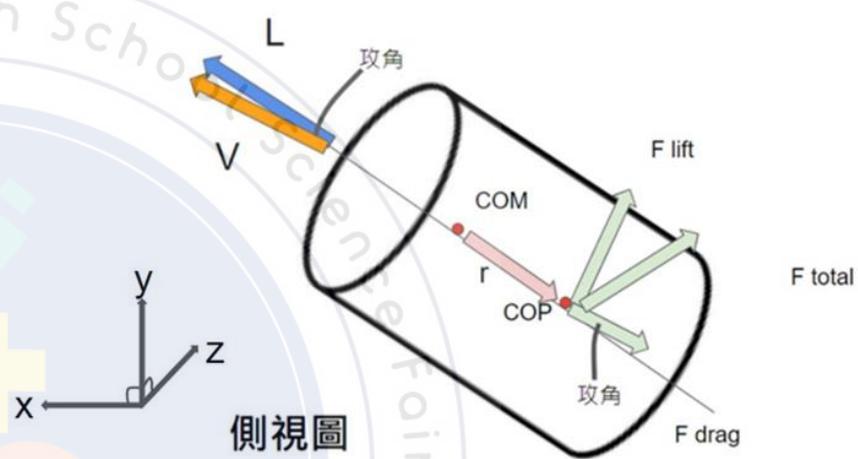
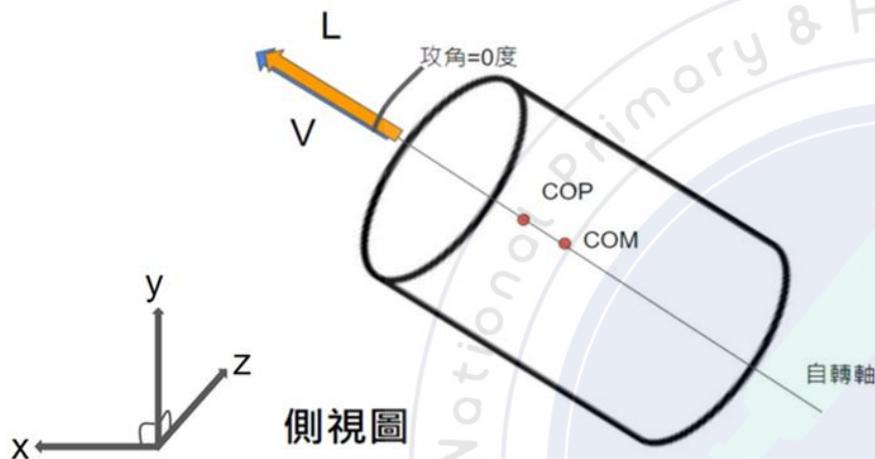


由此圖可發現，初速較大，側位移除以時間之值較大；初速小則反之。

由此圖可發現，初速較大，實測總位移減掉理論拋物線位移後除以時間之值較大；初速小則反之。

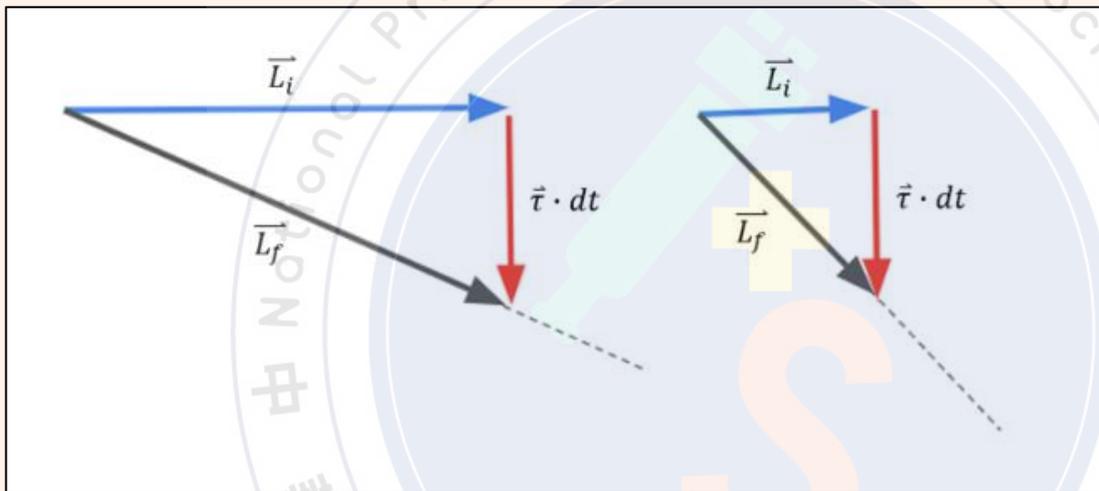
討論





x(m)	y(m)	z(m)
9.59132	-0.00160086	-2.08253

討論



初始角動量量值對下一瞬間角動量方向的影響

$$F_{lift} = \left[\frac{\pi^2 \alpha}{1 + \frac{\pi \lambda}{2} + \lambda \cdot \tan^{-1}(1.2 \cdot \lambda)} \right] \cdot \frac{\rho v^2}{2} \cdot dl$$

升力公式

結論

- 從實驗數據可看出，圓筒飛行器的飛行過程中的確有升力的存在。
- 飛行器順時針旋轉時，飛行軌跡會往左偏，逆時針轉時則反之。
- 轉速大會使角動量量值增大，側向力造成的影響較小，側位移較小，總位移較大，轉速小則反之。
- 初速大會使升力量值增大，升力的側向分力亦會隨之增大，使得側位移較大，初速小則反之。
- 初速大時總位移的量值會較大，初速小則反之。

參考資料

1. Nils Wagner, 26. Jan. 2021, Theoretical and Experimental Investigation into the flight of an X-Zylo, <https://arxiv.org/pdf/2102.02647.pdf>
2. 轉出飛行的正軌—旋轉與飛行筒穩定飛行因素之探討, 2020, 作者不明 http://sci.ptc.edu.tw/Upfile/Works/1583473524_421165_95.pdf
3. Arduino 入門教學：讀取 ADXL345 三軸加速度計，黃彥霖，2013 https://lolikitty.pixnet.net/blog/post/165475299-arduino-%E5%85%A5%E9%96%80%E6%95%99%E5%AD%B8%EF%BC%9A%E8%AE%80%E5%8F%96-adx1345-%E4%B8%89%E8%BB%B8%E5%8A%A0%E9%80%9F%E5%BA%A6%E8%A8%88?fbclid=IwAR2rOirCCO_srJLkWkmjblKtMprbkQtZ70NTjAtsusDgdAQQr70cSg5HExc