

中華民國第 62 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科

團隊合作獎

051801

芭蕾舞之無限旋轉——Fouetté turns 物理剖析

學校名稱：國立新營高級中學

| | |
|-----------------------------------|--------------|
| 作者： 高二 詹昀茜 高二 黃秉辰 高二 吳芷華 | 指導老師： 莊立山 |
|-----------------------------------|--------------|

關鍵詞：芭蕾舞 Fouetté turns、角動量、力矩

摘要

芭蕾舞和物理有密不可分的關係，每個動作都能用物理原理來剖析。本報告對於無限旋轉——Fouetté turns 進行討論，在有摩擦力的情況下，舞者為何能不斷的旋轉，必定是有得到新的角動量。而我們推論，舞者角動量的補充是來自旋轉時上下腳的動作配合，上腳伸直在外面畫圈時，下腳全踩，利用靜摩擦力產生新的角動量；而上腳收回時，下腳踮起，新的角動量使舞者維持旋轉。這樣一來一往，芭蕾舞者便能做出看似不可能、不合理的無限旋轉動作了。

壹、前言

一、研究動機

接觸芭蕾舞快 6 年了，一直對某些動作進行的過程感到好奇（像是旋轉、單腳站立平衡、跳躍等），在這些動作中，有一個最令我好奇的——Fouetté turns 連續鞭轉，在天鵝湖舞劇中黑天鵝在舞台中央連續了 32 圈沒有停歇，保持旋轉快四十秒的時間，並維持了完美的速度及平衡。讚嘆舞者技巧之餘，也讓我想了解這其中的物理現象。

二、研究目的

希望能用科學的角度來分析，目的是了解並掌握舞者做 32 鞭轉的行進動作過程，利用物理原理去分解動作，找出舞者能不停旋轉的關鍵，進而幫助自己在芭蕾舞技巧上有更穩定的發揮。

三、文獻回顧

(一) 動量指的是速度與質量的乘積，而角動量則與轉動有關。角動量守恆公式： $dL /$

$dt = r \times F$ ，且合力矩為 0 的時候，角動量不隨時間而改變，因此當質量不變時，半徑縮小，旋轉速度會加快。

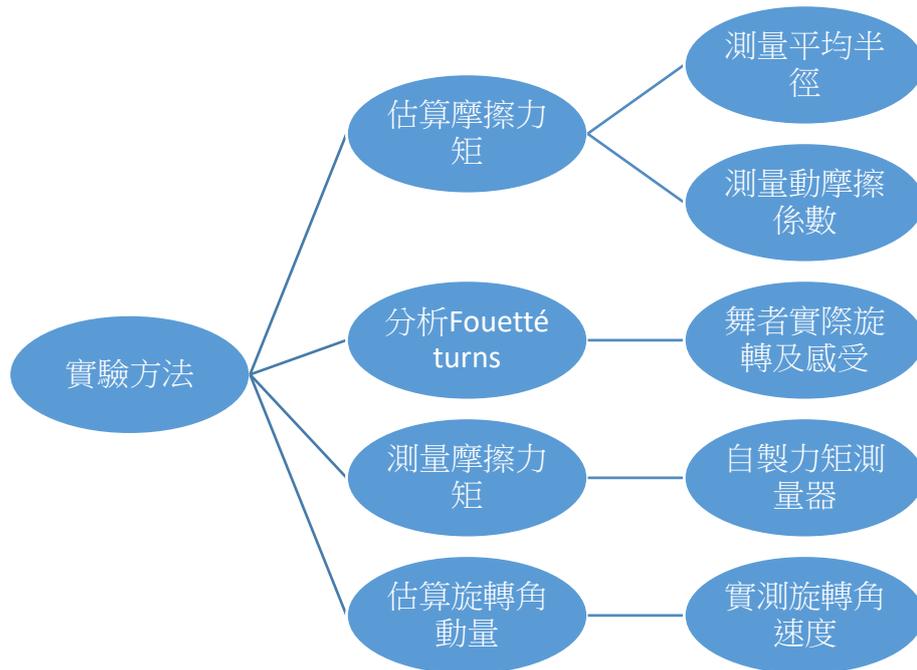
(二) 測量動摩擦係數時，要使舞鞋等速下滑，當舞鞋由板子上等速下滑時，其下滑力 $= mg \sin \theta$ ，動摩擦力 $= \mu k \cdot mg \cos \theta$ 所以 $\tan \theta = \mu k$ 。

貳、 研究設備及器材

切割墊板（與舞蹈地墊材質相似）、硬鞋、軟鞋、量角器、顏料、塑膠杯、圖畫紙、扭腰盤、木板、磅秤、吸管、泡棉膠、自製力矩測量器、手機、大型電子磅秤

| | |
|---|--|
| <p>硬鞋</p> | <p>軟鞋</p> |
| <p>由塑膠，皮革，硬紙板層層堆疊，組裝並用膠水固定，鞋底堅硬不易彎折，硬鞋頭能使舞者完全踮立並支撐起整個身體的重量。</p> | <p>合腳布製包鞋，有人造皮製的柔軟可彎曲鞋底，舞者能做出半踮立的動作，可以降低旋轉時的摩擦力（與赤腳旋轉相比）。</p> |
|  |  |
| <p>扭腰盤</p> | <p>木板</p> |
|  |  |
| <p>磅秤</p> | <p>切割墊板</p> |
|  |  |

參、 研究過程或方法



一、將顏料塗抹在旋轉時舞鞋和地面的接觸面，並用紙紀錄下旋轉時的痕跡且測量平均半徑。(實驗一)



二、使用與舞蹈地墊材質類似的板子，利用改變板子的斜度，使舞鞋等速下滑，當舞鞋由板子上等速下滑時，其下滑力= $mg\sin\theta$ ，動摩擦力= $\mu k \cdot mg\cos\theta$ 所以 $\tan\theta = \mu k$ 。

(實驗二)

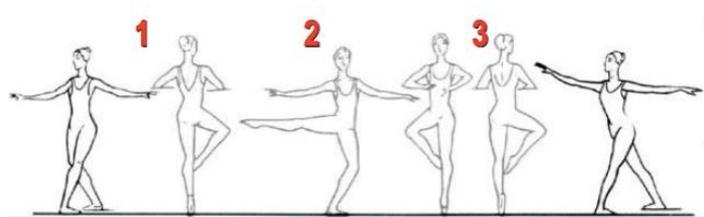


使用與舞蹈地墊材質相似的切割板，將軟鞋平放在板面上，調整傾斜角度並輕輕敲擊板子，使舞鞋等速下滑並紀錄下傾斜角度。



使用與舞蹈地墊材質相似的切割板，為了使硬鞋站立能在板面上，利用膠帶及塑膠杯固定使其直立，調整傾斜角度並輕輕敲擊板子，使舞鞋等速下滑並紀錄下傾斜角度。

三、以真人演示穿軟鞋、硬鞋進行 Fouetté turns 的力之分布。(實驗三)



四、使用自製裝置測量舞者實際上穿軟鞋進行 Fouetté turns 時所造成的順、逆時鐘方向之摩擦力矩與正向力。(實驗四)

(一)舞者為順時鐘方向旋轉，在旋轉時，腳掌（半踮狀態）與接觸面會形成逆時鐘方向摩擦力矩；旋轉停止時，腳掌（全踩狀態）與接觸面形成順時鐘方向的摩擦力矩。

(二)實驗裝置製作過程

1. 裁切木板至能覆蓋扭腰盤且能讓舞者站立之大小，避免舞者於木板上旋轉時因移動重心而摔落。再由木板中心點開始測量並裝設木棍，使中心點至木棍尾端距離為 1 公尺，以利測量力矩。(因為力矩=力×力臂，實驗裝置的力臂=1 公尺，所以此實驗測量出的力都等於力矩。)



2. 在木板上黏貼切割墊板，使旋轉平面與舞者平時旋轉環境相似，並製作一個能夠固定於木棍尾端且可以推動磅秤的裝置(我們使用吸管及泡棉膠，用熱溶膠固定於木棍上。)使我們可以測量順時鐘摩擦方向力矩與逆時鐘方向摩擦力矩。



3. 將磅秤黏貼至木椅上，使其垂直地面且不會晃動，並在木椅上加重重量，避免磅秤被移動。

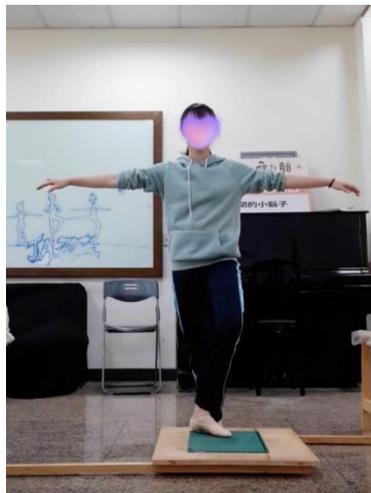


- 將木板置於扭腰盤之上並且對齊彼此的中心點，且把磅秤放置到適當的位置，便可開始測量順、逆時鐘方向摩擦力矩。



(三) 實驗過程

- 將吸管輕壓於磅秤上，並且將其歸零。
- 舞者站立於實驗裝置上，用磅秤等速率推動裝置，以測量實驗裝置的摩擦力矩。
- 舞者穿軟鞋於木板上完成 Fouetté turns，測量順、逆時鐘方向力矩，並使用手機輔助紀錄與分析數據

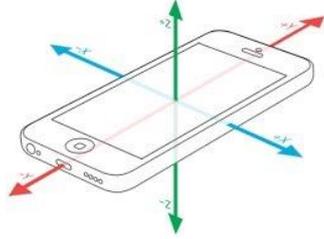


(四) 正向力測量

在大型電子秤上讓舞者進行旋轉動作，使用手機拍攝過程並分析數據。

五、使用手機 app 輔助，利用手機之陀螺儀測量及觀察舞者旋轉時之角速度，並估算角動量。(實驗五)

(一) 手機陀螺儀之對應轉軸。



(二) 將手機固定在測量部位。(頭、腰、支撐腳大腿)



(三) 舞者進行旋轉並紀錄實驗數據。



肆、 研究結果

一、 硬鞋軟鞋的旋轉平均半徑及摩擦力矩（實驗一、二）

| | 軟鞋 | 硬鞋 |
|----------|--|--|
| 旋轉軌跡 |  |  |
| 平均半徑 | 3.125 公分 由中央白點往周圍量並取平均 | 1.225 公分 由中央白點往周圍量並取平均 |
| 動摩擦係數 | 板子與桌面夾角 21 度 動摩擦係數= $\tan 21^\circ \approx 0.38386$ | 板子與桌面夾角 11 度 動摩擦係數= $\tan 11^\circ \approx 0.19438$ |
| 摩擦力 & 力矩 | 舞者體重約為 45 公斤，約等於 441 牛頓，而動摩擦力= $\mu_k \cdot N \approx 0.38386 \times 441\text{N} \approx 169.28\text{N}$ 。摩擦力矩= $d \times F \approx 0.03125\text{m} \times 169.28\text{N} \approx 5.28\text{Nm}$ | 舞者體重約為 45 公斤，約等於 441 牛頓，而動摩擦力= $\mu_k \cdot N \approx 0.19438 \times 441\text{N} \approx 85.72\text{N}$ 。摩擦力矩= $d \times F \approx 0.01225\text{m} \times 85.72\text{N} \approx 1.05\text{Nm}$ |

二、舞者進行 Fouetté turns 時的力之分布（實驗三）

| <p>力的分布</p> <p>身體</p> <p>部位</p> | 穿軟鞋 | 穿硬鞋 |
|---------------------------------|--|---|
| 手 | <p>分析：手張開時速度變慢，手向內收時速度變快。</p> <p>結果：$I=mr^2$所以當手張開時半徑變大，轉動慣量變大，而又 $L=I\omega$ 所以當角動量守恆時，轉動慣量變大時，角速度變小；反之，當手向內收時，半徑變小，轉動慣量變小，角速度變大。</p> | |
| 上腳（動作腳） | <p>分析：腳伸直時速度變慢，腳向內收時速度變快。</p> <p>結果：$I=mr^2$所以當腳伸直時半徑變大，轉動慣量變大，而又 $L=I\omega$ 所以當角動量守恆時，轉動慣量變大時，角速度變小；反之，當腳向內收時，半徑變小，轉動慣量變小，角速度變大。</p> | |
| <p>下腳（支撐腳）</p> <p>蹲下時</p> |  |  |
| <p>下腳（支撐腳）</p> <p>踮起時</p> |  <p>分析：旋轉時需要踮起腳，單次能旋轉的圈數比穿硬鞋少</p> <p>結果：腳與地面的摩擦力矩變小，所以可以旋轉。</p> |  <p>分析：旋轉時需要踮起腳，單次能旋轉的圈數比穿軟鞋多</p> <p>結果：腳與地面的摩擦力矩變小，所以可以旋轉。</p> |

三、實驗測量數據結果（實驗四）

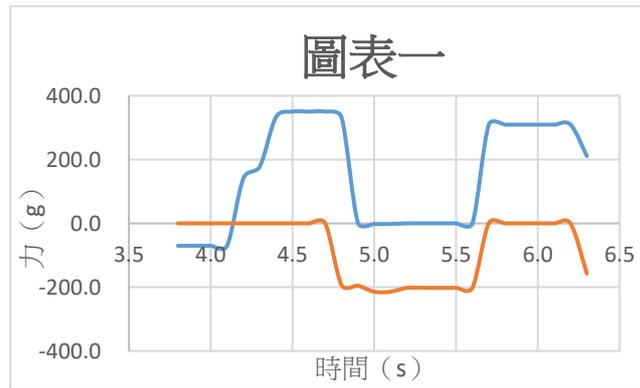
（一）順時鐘&逆時鐘方向的摩擦力矩

1. 因有實驗裝置的摩擦力影響，需再另外做校正。
2. 實驗裝置的摩擦力為 150.0g。
3. 舞者為順時鐘方向旋轉，旋轉時，腳掌（半踮狀態）與木板會形成逆時鐘方向的摩擦力矩；旋轉停止時，腳掌（全踩狀態）與木板形成順時鐘方向的摩擦力矩。

（二）實驗數據-順時鐘&逆時鐘方向的摩擦力矩

| 校正前 | | | 校正後 | | |
|-------|------------|------------|-------|------------|------------|
| 時間(s) | 逆時鐘方向-力(g) | 順時鐘方向-力(g) | 時間(s) | 逆時鐘方向-力(g) | 逆時鐘方向-力(g) |
| 3.8 | -70.5 | 0 | 3.8 | -70.5 | 0 |
| 3.9 | -70.5 | 0 | 3.9 | -70.5 | 0 |
| 4.0 | -70.5 | 0 | 4.0 | -70.5 | 0 |
| 4.1 | -70.5 | 0 | 4.1 | -70.5 | 0 |
| 4.2 | 141.2 | 0 | 4.2 | -8.8 | 0 |
| 4.3 | 178.0 | 0 | 4.3 | 28.0 | 0 |
| 4.4 | 333.9 | 0 | 4.4 | 183.9 | 0 |
| 4.5 | 350.4 | 0 | 4.5 | 200.4 | 0 |
| 4.6 | 350.4 | 0 | 4.6 | 200.4 | 0 |
| 4.7 | 350.4 | 0 | 4.7 | 200.4 | 0 |
| 4.8 | 332.2 | -193 | 4.8 | 182.2 | -43 |
| 4.9 | 2.0 | -195.2 | 4.9 | 2.0 | -45.2 |
| 5.0 | -2.0 | -214.1 | 5.0 | -2.0 | -64.1 |
| 5.1 | -2.0 | -214.1 | 5.1 | -2.0 | -64.1 |
| 5.2 | 0.0 | -202 | 5.2 | 0.0 | -52 |
| 5.3 | 0.0 | -202 | 5.3 | 0.0 | -52 |
| 5.4 | 0.0 | -202 | 5.4 | 0.0 | -52 |
| 5.5 | 0.0 | -202 | 5.5 | 0.0 | -52 |
| 5.6 | 0.0 | -202 | 5.6 | 0.0 | -52 |
| 5.7 | 309.5 | 0 | 5.7 | 159.5 | 0 |
| 5.8 | 309.5 | 0 | 5.8 | 159.5 | 0 |
| 5.9 | 309.5 | 0 | 5.9 | 159.5 | 0 |
| 6.0 | 309.5 | 0 | 6.0 | 159.5 | 0 |
| 6.1 | 309.5 | 0 | 6.1 | 159.5 | 0 |
| 6.2 | 309.5 | 0 | 6.2 | 159.5 | 0 |
| 6.3 | 211.0 | -157.2 | 6.3 | 61.0 | -7.2 |

(三) 校正後之順時鐘&逆時鐘方向摩擦力矩圖表

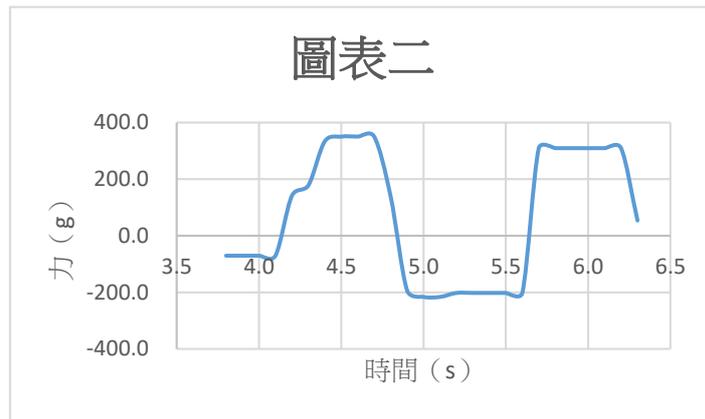


1. 本次實驗踮起旋轉兩次（3.8 秒及 5.6 秒開始踮起旋轉），腳掌落下全踩一次（4.7 秒開始落下）。
2. 藍色線為逆時鐘方向摩擦力矩，紅線為順時鐘方向摩擦力矩。
3. 藍色線（逆時鐘方向摩擦力矩）在測量一開始出現負值為實驗的誤差。

(四) 實驗數據-摩擦合力矩（將順、逆時鐘方向摩擦力矩相加）

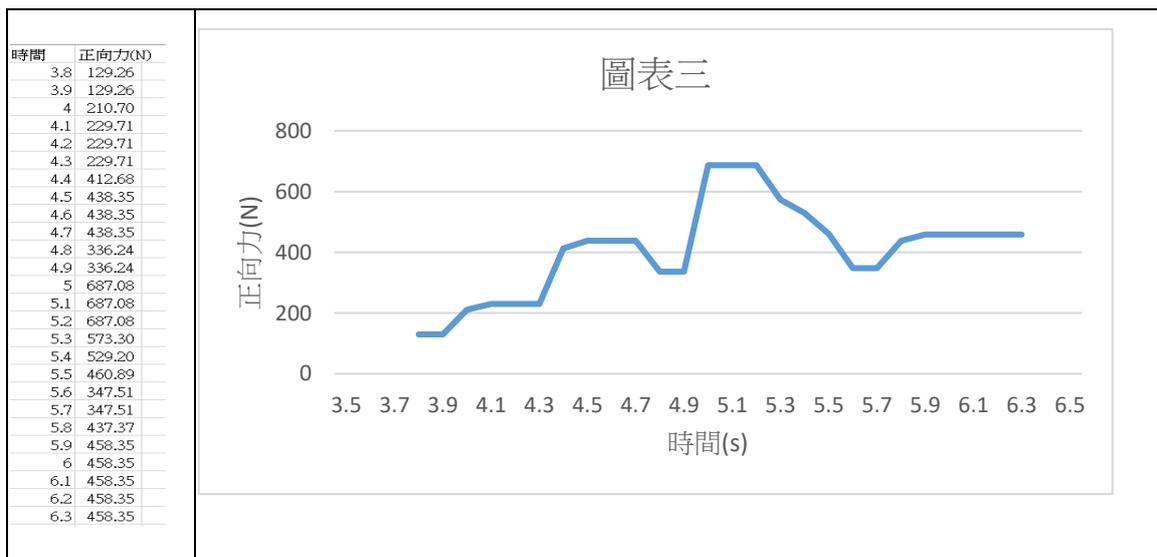
| 校正前 | | 校正後 | |
|-------|-------|-------|--------|
| 時間(s) | 合力(g) | 時間(s) | 合力(g) |
| 3.8 | -70.5 | 3.8 | -70.5 |
| 3.9 | -70.5 | 3.9 | -70.5 |
| 4.0 | -70.5 | 4.0 | -70.5 |
| 4.1 | -70.5 | 4.1 | -70.5 |
| 4.2 | -8.8 | 4.2 | 141.2 |
| 4.3 | 28.0 | 4.3 | 178.0 |
| 4.4 | 183.9 | 4.4 | 333.9 |
| 4.5 | 200.4 | 4.5 | 350.4 |
| 4.6 | 200.4 | 4.6 | 350.4 |
| 4.7 | 200.4 | 4.7 | 350.4 |
| 4.8 | 139.2 | 4.8 | 139.2 |
| 4.9 | -43.2 | 4.9 | -193.2 |
| 5.0 | -66.1 | 5.0 | -216.1 |
| 5.1 | -66.1 | 5.1 | -216.1 |
| 5.2 | -52.0 | 5.2 | -202.0 |
| 5.3 | -52.0 | 5.3 | -202.0 |
| 5.4 | -52.0 | 5.4 | -202.0 |
| 5.5 | -52.0 | 5.5 | -202.0 |
| 5.6 | -52.0 | 5.6 | -202.0 |
| 5.7 | 159.5 | 5.7 | 309.5 |
| 5.8 | 159.5 | 5.8 | 309.5 |
| 5.9 | 159.5 | 5.9 | 309.5 |
| 6.0 | 159.5 | 6.0 | 309.5 |
| 6.1 | 159.5 | 6.1 | 309.5 |
| 6.2 | 159.5 | 6.2 | 309.5 |
| 6.3 | 53.8 | 6.3 | 53.8 |

(五) 校正後之摩擦合力矩-圖表



1. 本次實驗踮起旋轉兩次（3.8 秒及 5.6 秒開始踮起旋轉），腳掌落下全踩一次（4.7 秒開始落下）。
2. 在測量一開始出現負值為實驗的誤差。

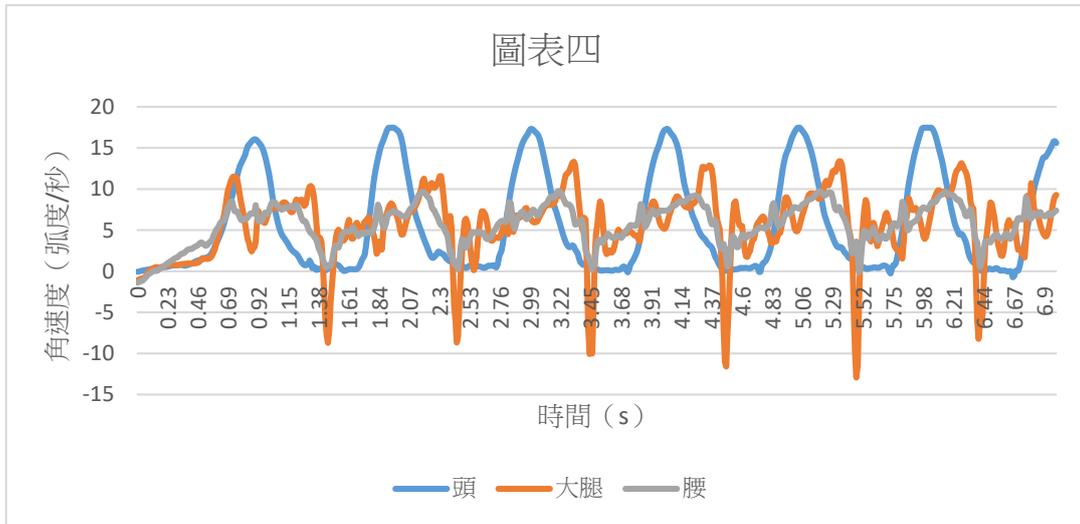
(六) 實驗數據&圖表-正向力測量結果



1. 本次實驗踮起旋轉兩次（3.8 秒及 5.6 秒開始踮起旋轉），腳掌落下全踩一次（4.7 秒開始落下）。
2. 本次實驗開始時，舞者只有一隻腳踩在測量儀器上。
3. 我們觀察到大型電子磅秤的讀數與實際上造成之力的時間不一致，所以我們利用單擺實驗，將單擺放在電子秤上，利用手機拍攝，並分析單擺運動造成的正向力與實際測量出的正向力數值之間的時間差後進行校正。

四、角速度測量之結果（實驗五）

（一）頭、大腿、腰之分析



1. 旋轉角速度測量實驗之操作與控制變因

操作變因：測量部位—頭、腰、大腿

控制變因：旋轉一圈的時間（利用節拍器，讓舞者用固定的拍子進行旋轉。）

旋轉時，三個測量部位同時測量旋轉角速度。

2. 本實驗舞者共旋轉六次。

3. 橘色線（大腿旋轉角速度）在實驗中出現負值為實驗的誤差，但因為時間極短，對於整體趨勢並無太大影響。（誤差原因：因為蹲下時，腿部肌肉容易造成晃動，實驗裝置無法穩定的固定在腿部，會隨著身體的搖晃而有數據上的誤差。而頭部與肚子上的實驗裝置固定的較穩固，數據誤差較小。）

4. 旋轉時，頭（藍色線）會看著前方一定點，並在短時間內轉回到原處，所以造成的旋轉角速度最大。

5. 我們將實驗數據進行驗算，取旋轉完整一圈的角速度數據，並將其換算成弧度再進行積分，得出的結果皆接近 2π （頭=6.18，腰=6.27，大腿=6.37），證明此實驗結果皆符合正確的趨勢。

伍、 討論

一、 實驗過程

- (一) 旋轉時穿著軟鞋或硬鞋的摩擦力矩該如何估算。
- (二) 穿著舞鞋旋轉，蹲與踮時的力之分佈並推論為何舞者可以不斷旋轉。
- (三) 穿著軟鞋進行 Fouetté turns 時的摩擦力矩該如何測量。
- (四) 如何將手機固定於特定位置並使用 app 測量及分析角速度。

二、 誤差

- (一) 量測軟鞋及硬鞋旋轉平均半徑時，會因為舞者的位移而無法準確測量其值。
- (二) 量測動摩擦係數時，因為沒有精確的儀器而無法判斷物體是否為等速運動，進而造成誤差。
- (三) 磅秤於直立狀態時，由於正向力和水平放置時不同，導致實驗測量數據不精確。
- (四) 由於舞者在進行 Fouetté turns 會有位移，且圓盤過小，導致舞者轉圈時時常因為偏離木板中心點而造成跌落等現象。且因實驗裝置大小及技術問題，我們無法測量舞者穿硬鞋在裝置上進行 Fouetté turns 時的數據。
- (五) 使用手機 app 測量角速度會因為固定手機的方式以及程式本身而產生誤差。
- (六) 我們嘗試使用定滑輪量測順、逆時鐘方向的摩擦力矩，使測量的力由水平地面改為垂直地面方向，減少磅秤因垂直地面放置而造成的誤差。但因為扭腰盤太小，導致舞者偏離扭腰盤的範圍時木板會上下晃動，影響磅秤讀取出的砝碼數值，造成此實驗之誤差。我們的實驗裝置如圖：



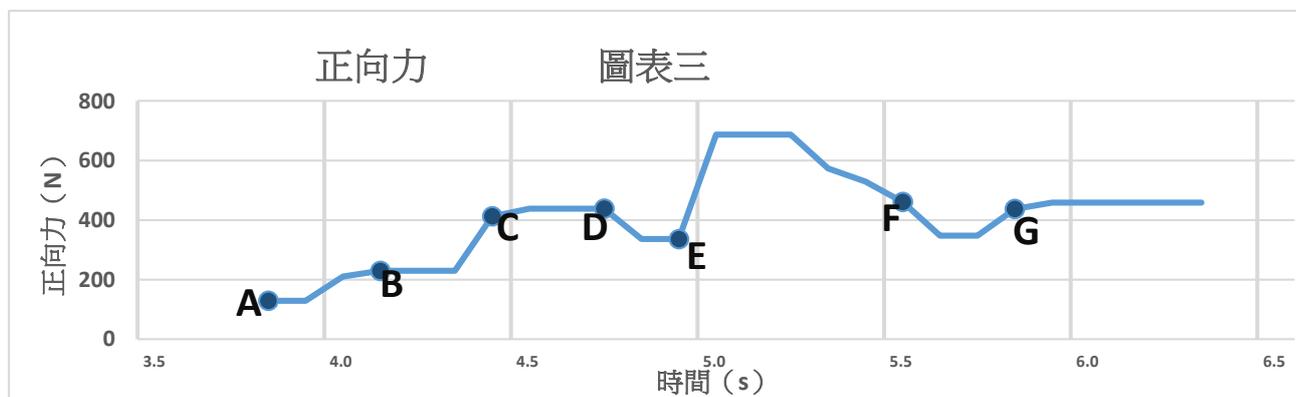
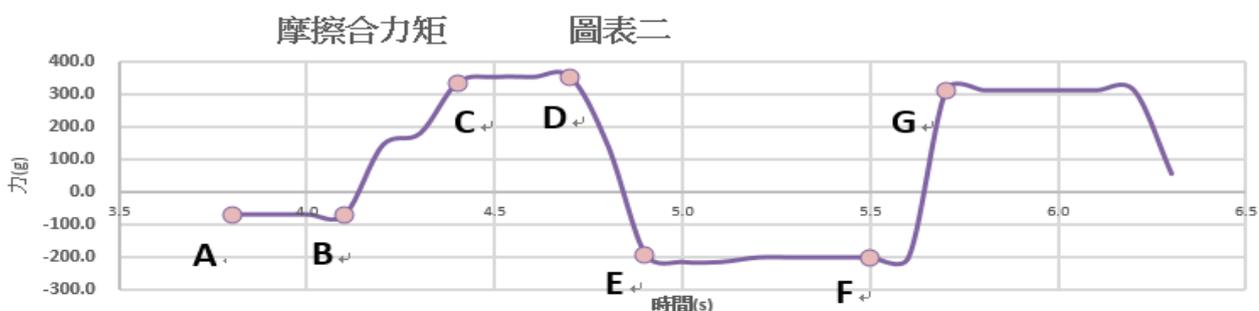
- (七) 此實驗只能量測出大約的數值，更精確的實驗數據需有更精密的實驗裝置及更充足的實驗經費，是我們以後的目標。

陸、 結論

- 一、 因為硬鞋與軟鞋和地面的接觸面積和摩擦係數不同，會影響到平均半徑，進而改變摩擦力矩。經過估算後，軟鞋的摩擦力矩約為硬鞋的五倍，意思是用同樣的起始角速度產生相同的角動量旋轉時，若軟鞋可以旋轉一圈，硬鞋便能旋轉五圈，這也能解釋為什麼人類要發明接觸面積更小的硬鞋，讓舞者能更輕鬆地轉到更多的圈數。
- 二、 由圖表一可得知，腳掌半踮起旋轉與腳掌落下全踩時造成的摩擦力矩是相反的。舞者順時鐘方向踮起旋轉時，地面會給予舞者的腳逆時鐘方向的摩擦力矩；反之，舞者旋轉停止時，下腳微蹲全踩，地面會給予舞者的腳順時鐘方向的摩擦力矩（因角動量守恆，上腳往順時鐘方向劃開時，下腳會想要往逆時鐘方向轉動，但地面給予腳掌順時鐘方向的摩擦力矩）。
- 三、 為了估算出旋轉時的角動量並與旋轉摩擦力矩數據作結合並統整，我們進行了旋轉角速度的實測。雖然有得到角速度改變的大小及趨勢走向，但因為舞者旋轉時無特別有代表性的角速度（身體各部位旋轉時的角速度皆不同），需要同時測量多個部位並整合，以及舞者身體的轉動慣量不斷改變，無法得出一定值並進行計算。加上實驗裝置略為粗糙，數據無法達到很高的精確度，但依舊可以得到旋轉角速度改變的趨勢走向以及相互關係。相信未來若可以有更精密的儀器幫助我們進行實驗的話，結果會更加完整且清晰。
- 四、 Fouettés turns 為何能使舞者不斷旋轉，我們有以下推論
 - (一) 下腳會不斷進行蹲與踮的動作，改變摩擦力矩。蹲的時候，腳底全踩，摩擦力矩變大，形成與身體相反的扭轉力，和原本旋轉方向的力矩抵銷；踮的時候，腳底半踩（硬鞋則是用足尖），摩擦力矩變小，扭轉力變小，舞者便能繼續旋轉。

(二) 與結論二一起總結，上腳往旁邊劃開時，會產生新的角動量，此時下腳微蹲全踩且想要往逆時鐘方向轉動，地面給予腳掌順時鐘方向的摩擦力矩，且因為全踩時腳與地面接觸面積變大，摩擦力矩也變大，旋轉停止，鎖住了新的角動量；而下腳踮起時，地面會給予舞者的腳逆時鐘方向的摩擦力矩，且因踮起時腳與地面接觸面積變小，摩擦力矩變小，新的角動量得以釋放，舞者便能繼續旋轉。

| | A | B | C | D | E | F | G |
|--------|---|---|---|---|--|---|---|
| 示意圖 |  |  |  |  |  |  |  |
| 正向力 | 129.26N | 229.71N | 412.68N | 438.35N | 336.24N | 460.89N | 437.37N |
| 動作 | 預備動作 下腳全蹲 手張開 | 開始旋轉 下腳半踮 手向內收 | 下腳全踮 上腳、手 全收 | 下腳半蹲 上腳、手 向外伸 | 旋轉結束 下腳全蹲 上腳、手 張開 | 重新旋轉 下腳半踮 上腳、手 向內收 | 下腳全踮 上腳、手 全收 |
| 轉動慣量分析 | 上腳：小 手：大 | 上腳：小 手：變小 | 上腳：小 手：小 | 上腳：變大 手：變大 | 上腳：大 手：大 | 上腳：變小 手：變小 | 上腳：小 手：小 |



(三) 將結論一、二作個總結，上腳往旁邊劃開時，會產生新的角動量，此時下腳微蹲全踩且想要往逆時鐘方向轉動，地面給予腳掌順時鐘方向的摩擦力矩，且因為全踩時腳與地面接觸面積變大，摩擦力矩也變大，旋轉停止，鎖住了新的角動量；而下腳踮起時，地面會給予舞者的腳逆時鐘方向的摩擦力矩，且因踮起時腳與地面接觸面積變小，摩擦力矩也變小，新的角動量得以釋放。再加上舞者改變角速度的大小，下腳蹲下時，手與上腳劃開，角速度減小，以利旋轉停止；踮起時手與上腳向內收回，角速度增大，以利旋轉進行。Fouetté turns 充分運用了身體部位，透過讓舞者用不同的動作去控制角動量、轉動慣量、角速度及摩擦力矩，進而達成乍聽之下不可能做到的無限旋轉。

柒、 參考資料及其他

一、 林宣安（2014 年 1 月 1 日）。角動量守恆。科學月刊，529。 [https :](https://www.scimonth.com.tw/archives/5141)

[//www.scimonth.com.tw/archives/5141](https://www.scimonth.com.tw/archives/5141)

從文獻可以得知 $dL / dt = r \times F$ ，當右式為 0（合力矩為 0）的時候，角動量不隨時間而改變（左式亦為 0）。

二、 Colorado Ballet（2016 年 9 月 1 日） Sharon Wehner perForms "32 Fouettes" From Swan Lake[影片]。Youtube。

[https : //www.youtube.com/watch?v=nIADFYGc9Vw](https://www.youtube.com/watch?v=nIADFYGc9Vw)

了解 Fouettés 此動作的行進過程，研究動作是如何連續且不停歇，並進而探討舞者各身體部位受到甚麼力的影響（忽略舞者身體素質以及肌肉的變動因素）

三、 吳敘明（2014 年 12 月 18 日）牛頓運動定律【觀念】動摩擦係數的測量（選修物理

I）[影片]。Youtube。 [https : //youtu.be/xwxFb6-td0k](https://youtu.be/xwxFb6-td0k)

參考該如何估算動摩擦係數

【評語】 051801

Fouetté turns 在芭蕾舞中是一個很難的技巧，作者們可能有對此熟悉，而想要瞭解其物理機制，是一個有趣的研究題材。以人體動作分析，實驗控制較不易嚴謹，要得到可以量化的成果，較為困難。作者們以簡單的道具可以在定性上得到相當的了解，已經不容易。作者們在報告時顯示出很好的團隊合作。

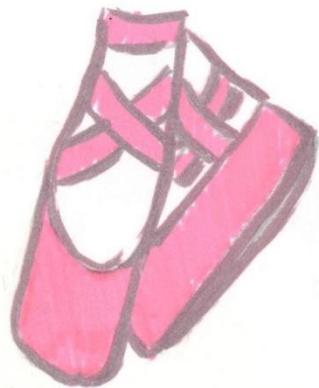
作品簡報

芭蕾舞之無限旋轉

- Fouetté turns 物理剖析

· 科別：物理與天文學科

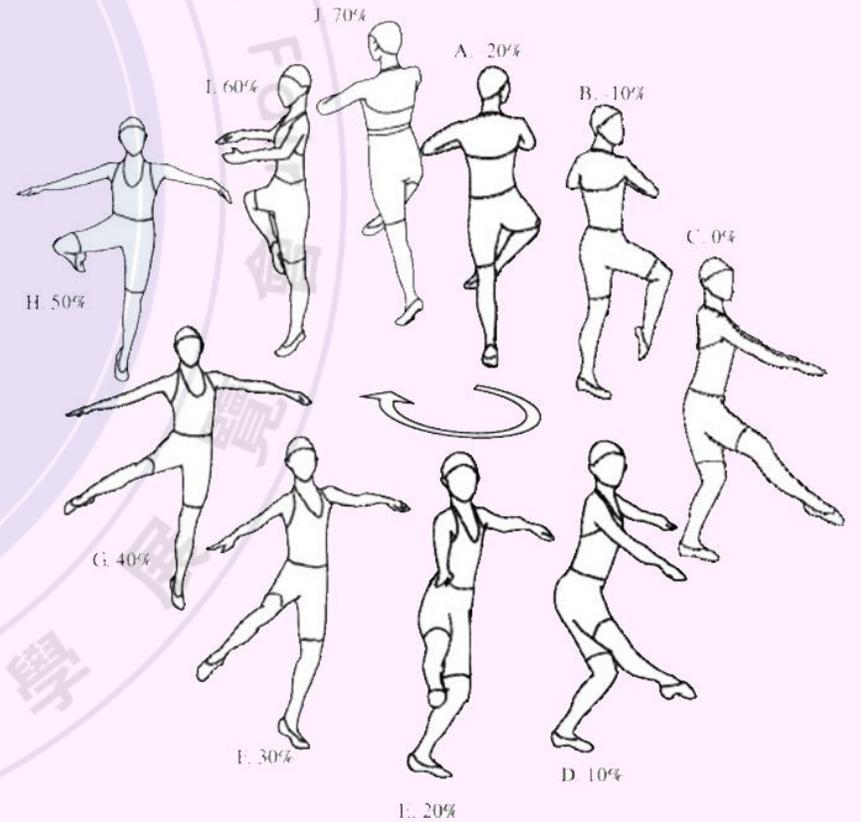
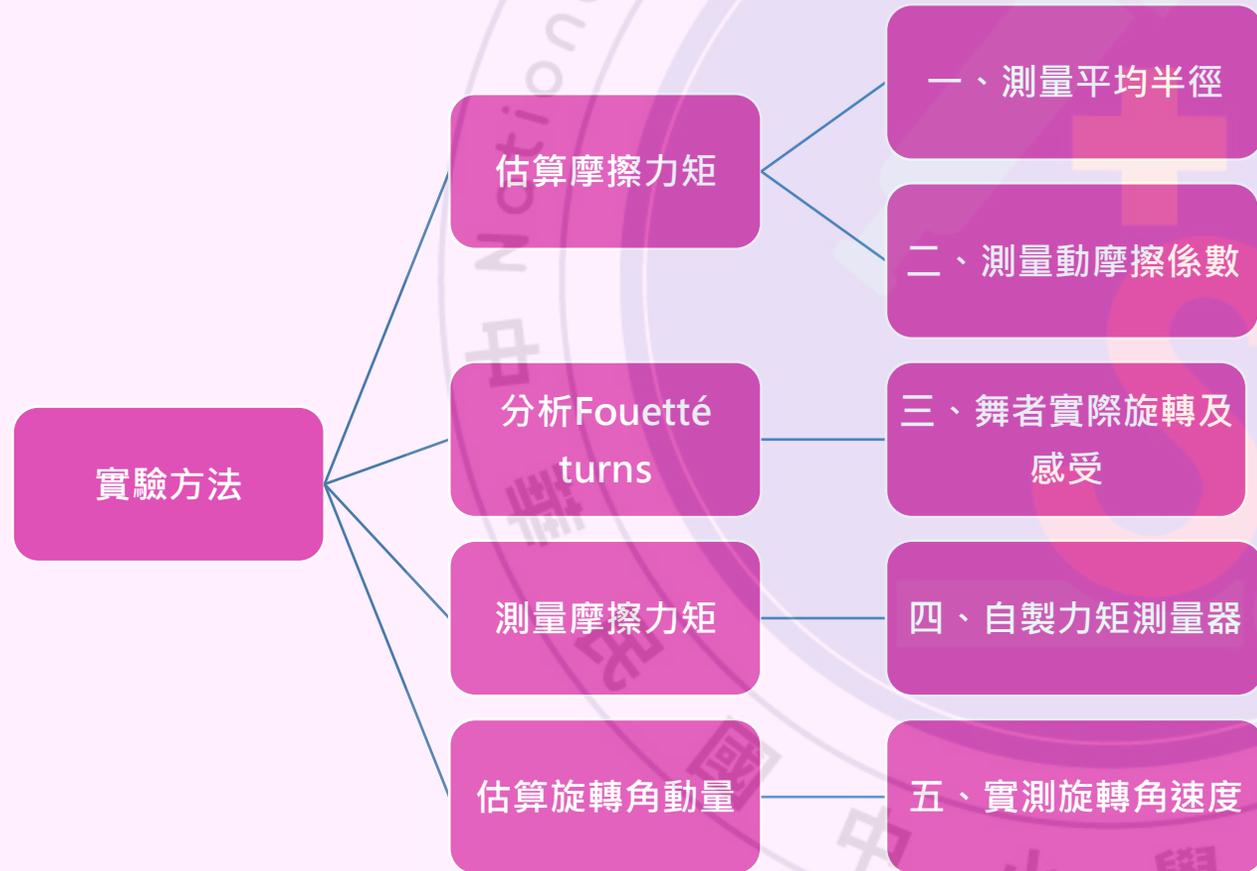
· 組別：高級中等學校組





摘要

芭蕾舞和物理有密不可分的關係，每個動作都能用物理原理來剖析。本報告對於無限旋轉—fouetté turns進行討論，在有摩擦力的情況下，舞者為何能不斷的旋轉，必定是有得到新的角動量。





估算摩擦力矩

過程

- (一)測量舞鞋與接觸地面的平均旋轉半徑
- (二)測量舞鞋的動摩擦係數

軟鞋



硬鞋

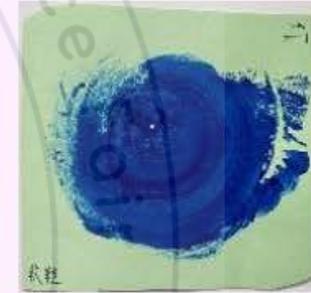


結果

| | 軟鞋 | 硬鞋 |
|--------|---|---|
| 平均半徑 | 3.13 公分 | 1.23 公分 |
| 動摩擦係數 | 動摩擦係數= $\tan 21^\circ$ ≈ 0.38 | 動摩擦係數= $\tan 11^\circ$ ≈ 0.19 |
| 摩擦力&力矩 | 動摩擦力= $\mu_k \cdot N$ $\approx 0.38 \times 441\text{N}$ $\approx 168\text{N}$ 。 摩擦力矩= $d \times F$ $\approx 0.0313\text{m} \times 168\text{N}$ $\approx 5.25\text{Nm}$ 。 | 動摩擦力= $\mu_k \cdot N$ $\approx 0.19 \times 441\text{N}$ $\approx 83.8\text{N}$ 。 摩擦力矩= $d \times F$ $\approx 0.0123\text{m} \times 83.8\text{N}$ $\approx 1.03\text{Nm}$ 。 |

旋轉軌跡

軟鞋



硬鞋



結論

舞者在進行Fouetté turns的時候，需要足夠的摩擦力才能完成動作。

經過估算後硬鞋的摩擦力矩約為軟鞋的五分之一倍，這也能解釋為什麼人類要發明與地面接觸面積更小的硬鞋。

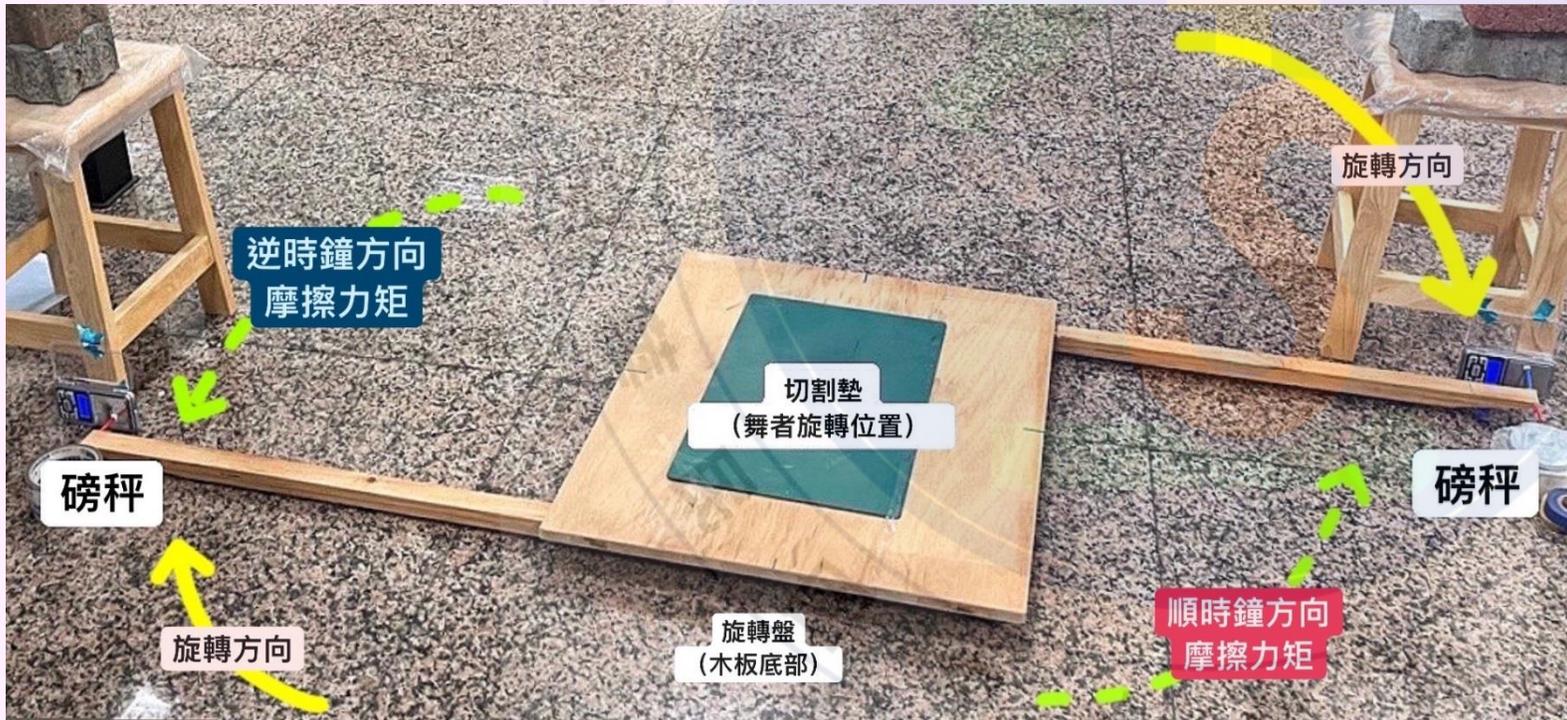


實測摩擦力矩

過程

- (一)以真人演示穿軟鞋、硬鞋進行fouetté turns的力之分布及感受。
- (二)使用自製力矩測量器測量舞者穿軟鞋進行fouetté turns時所造成的順、逆時鐘方向之摩擦力矩。

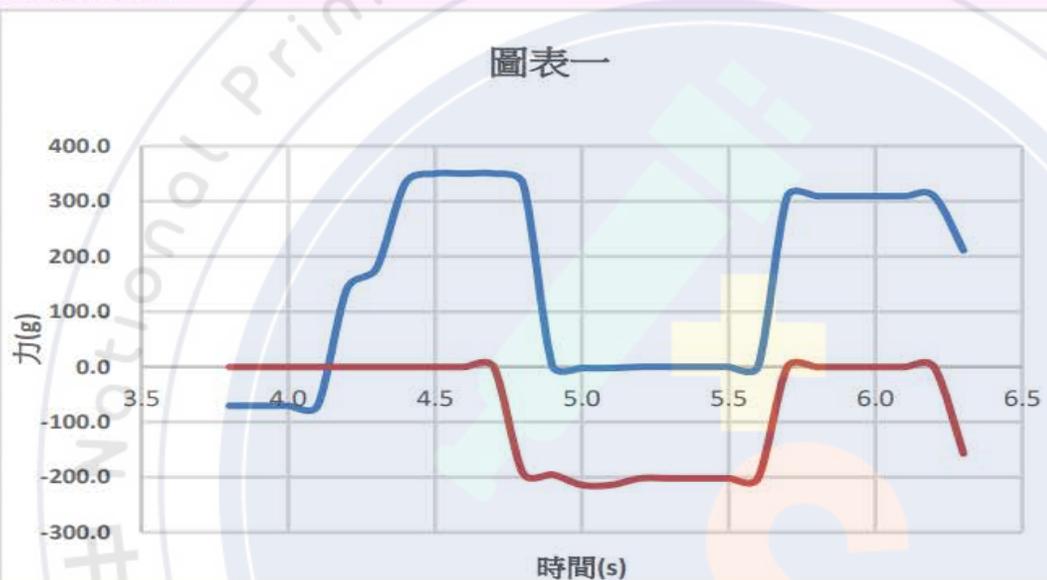
自製力矩測量器



結果

順時鐘 & 逆時鐘方向的摩擦力矩

| 時間(s) | 逆時鐘方向-力(g) | 順時鐘方向-力(g) |
|-------|------------|------------|
| 3.8 | -70.5 | 0 |
| 3.9 | -70.5 | 0 |
| 4.0 | -70.5 | 0 |
| 4.1 | -70.5 | 0 |
| 4.2 | 141.2 | 0 |
| 4.3 | 178.0 | 0 |
| 4.4 | 333.9 | 0 |
| 4.5 | 350.4 | 0 |
| 4.6 | 350.4 | 0 |
| 4.7 | 350.4 | 0 |
| 4.8 | 332.2 | -193 |
| 4.9 | 2.0 | -195.2 |
| 5.0 | -2.0 | -214.1 |
| 5.1 | -2.0 | -214.1 |
| 5.2 | 0.0 | -202 |
| 5.3 | 0.0 | -202 |
| 5.4 | 0.0 | -202 |
| 5.5 | 0.0 | -202 |
| 5.6 | 0.0 | -202 |
| 5.7 | 309.5 | 0 |
| 5.8 | 309.5 | 0 |
| 5.9 | 309.5 | 0 |
| 6.0 | 309.5 | 0 |
| 6.1 | 309.5 | 0 |
| 6.2 | 309.5 | 0 |
| 6.3 | 211.0 | -157.2 |



1. 本次實驗踮起旋轉兩次 (3.8 秒及 5.6 秒開始踮起旋轉)，腳掌落下全踩一次 (4.7 秒開始落下)。
2. 藍色線為逆時鐘方向摩擦力矩，紅線為順時鐘方向摩擦力矩。
3. 藍色線 (逆時鐘方向摩擦力矩) 在測量一開始出現負值為實驗的誤差。

結論

旋轉時，地面與舞者的腳掌形成摩擦力矩，且腳掌半踮起旋轉與腳掌落下全踩時造成的摩擦力矩是相反的。

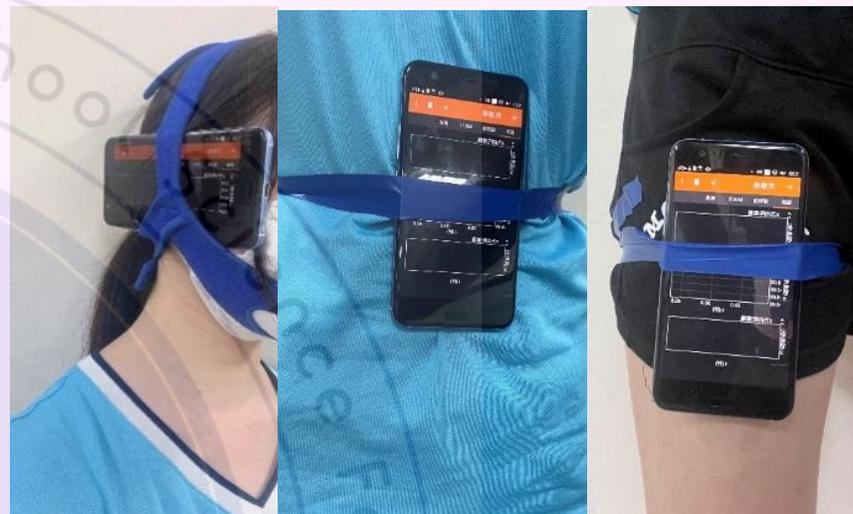




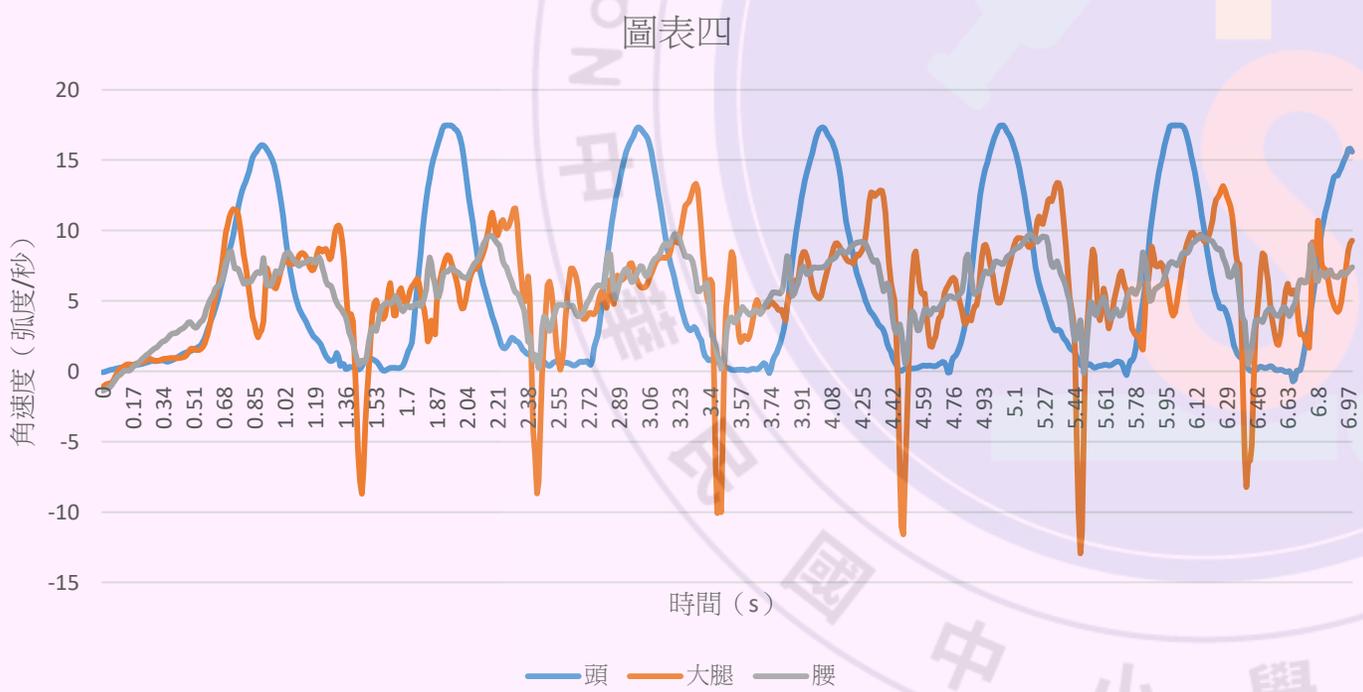
實測旋轉角速度

過程

- (一)將手機固定在測量部位。(頭、腰、支撐腳大腿)
- (二)舞者進行旋轉並紀錄實驗數據。



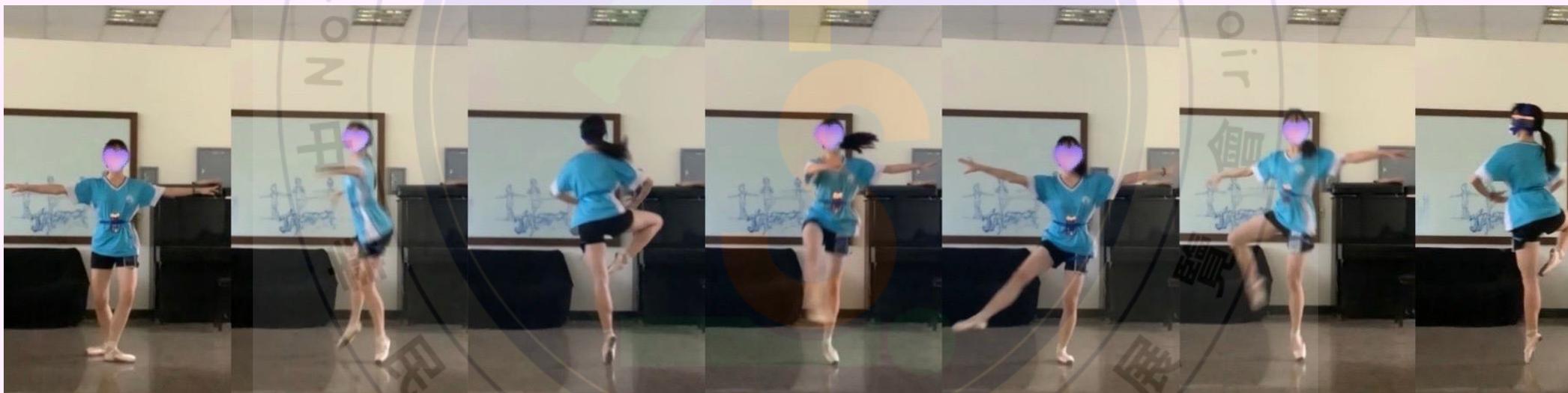
結果



- 1.旋轉時，藍色線（頭）會看著前方一定點，並在短時間內轉回到原處，所以造成的旋轉角速度最大。
- 2.橘色線（大腿）在實驗中出現負值為實驗誤差，但時間極短，對整體趨勢並無太大影響。

結論

透過實驗，我們得到了角速度改變的大小及趨勢走向。因為舞者旋轉時無特別有代表性的角速度以及舞者身體的轉動慣量不斷改變，無法得出一定值並進行計算，但依舊可以得到旋轉角速度改變的趨勢走向以及相互關係。





總結論

Fouettés turns為何能使舞者不斷旋轉，我們有以下推論

一、下腳會不斷進行蹲與踮的動作，改變摩擦力矩的大小。

並且透過動作(上腳向旁劃開)，產生新的角動量，旋轉停止時鎖住了新的角動量，再踮起下腳釋放，舞者便能繼續旋轉。





總結論

Fouetté turns充分運用了身體部位，透過讓舞者用不同的動作去控制角動量、轉動慣量、角速度及摩擦力矩，進而達成乍聽之下不可能做到的無限旋轉。

| | A | B | C | D | E | F | G |
|-------------------|---------------------|----------------------|--------------------|---------------------|----------------------------|-----------------------------|--------------------|
| 示意圖 | | | | | | | |
| 正向力 | 441N | 138.67N | 592.9N | 196N | 584.57N | 252.84N | 621.81N |
| 動作 | 預備動作 下腳全蹲 手張開 | 開始旋轉 下腳半踮 手向內收 | 下腳全踮 上腳、手 全收 | 下腳半蹲 上腳、手 向外伸 | 旋轉結束 下腳全蹲 上腳、手 張開 | 重新旋轉 下腳半踮 上腳、手 向內收 | 下腳全踮 上腳、手 全收 |
| 轉動 慣量(I) 分析 | 上腳：小 手：大 | 上腳：小 手：變小 | 上腳：小 手：小 | 上腳：變大 手：變大 | 上腳：大 手：大 | 上腳：變小 手：變小 | 上腳：小 手：小 |

