

# 中華民國第 60 屆中小學科學展覽會 作品說明書

---

國中組 物理科

佳作

030111

螞蟻吊大象

學校名稱：嘉義市立玉山國民中學

作者：  國三 蔡宗澤  國三 張軒誠  國三 李英布	指導老師：  鄭振銘  鍾孟璋
---	-----------------------------

關鍵詞：槓桿、平衡、重心

## 摘要

為了解「螞蟻吊大象」課程中脆弱的火柴棒如何撐起六、七瓶礦泉水，我們設計實驗包括三根木棒的粗細或長度改變、木棒接觸面的材質、載重系統的整體環境等，探討承載架運用什麼方法撐起重物、如何增加承載架負重能力，發現改變各種變因能影響承載架負重效果：當木棒纖維強度不足時，承載架倒塌的原因為木棒斷裂，當木棒纖維強度足夠時，會因繩子受力拉長，最終導致傾斜倒塌。在實驗過程中了解承載架載重原理，嘗試應用於生活之中，設計能夠隨處掛起的環保杯袋，並且對力學有更深入的了解。

## 壹、研究動機

在一年一度的「科學 168 活動」中，科普教室舉辦許多的課程，而學校所設計的課程為「螞蟻吊大象」。在課程裡介紹三支火柴棒組成的支架能懸掛重物的奇妙現象，使我們好奇：利用此結構的承載架為何可懸臂支持重物？此結構最多可以承受多少的重量？若改變一些結構，是否能增加承載架的負重量？一個又一個的問題讓我們開始一連串的實驗。

## 貳、研究目的

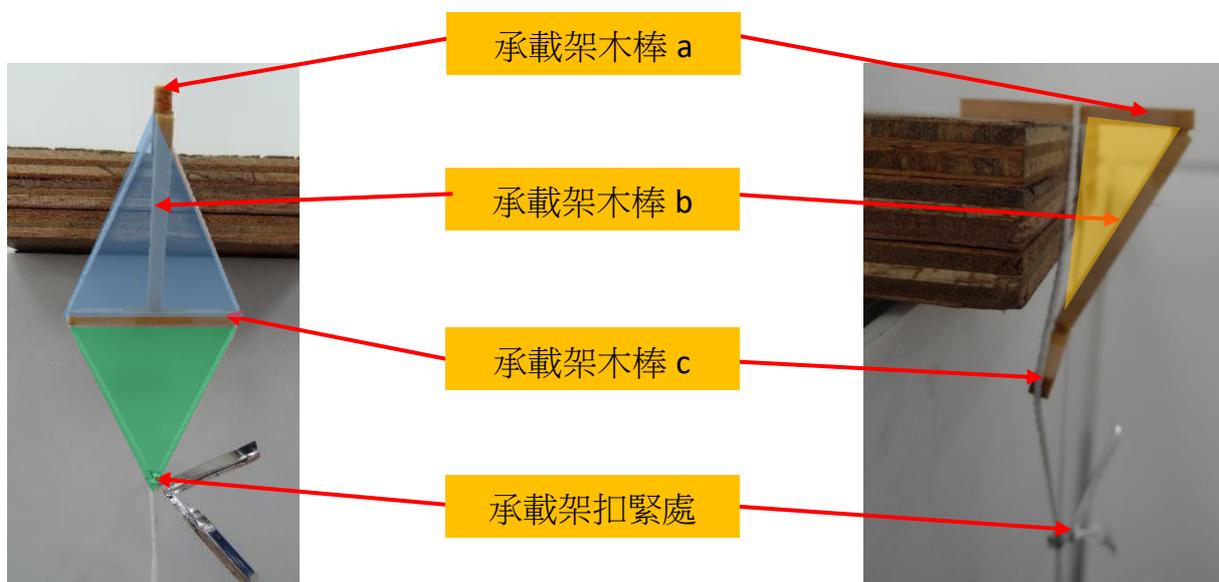
- 一、探討此構造可懸臂支持重物的關鍵因素。
- 二、探討如何增加此承載架負重能力。
- 三、延伸探究相關結構之力的平衡方法。

## 參、研究設備及器材

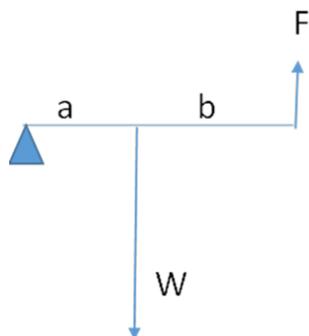
實驗器材：木板、松木棒、空桶、棉繩、束線帶、水、水桶、水瓢、膠帶、磚頭、砂紙。  
測量儀器：磅秤。

## 肆、研究過程或方法

- 一、本實驗所定義之木棒 a、b、c 及扣緊處如圖所示。定義下圖藍色三角形為「正視圖上三角形」，綠色三角形為「正視圖下三角形」，黃色三角形為「側視圖三角形」。
- 二、對照組承載架是由粗細 0.3x0.3 公分，長度 4 公分的三根松木棒組成，繩子扣緊處離承載架木棒 a 距離為  $4\sqrt{3}$  公分(兩倍木棒 c 與木棒 a 距離長，控制木棒 c 與繩圍成的兩三角形皆為正三角形)。



三、以承載架木棒 a 做為一個獨立槓桿，稱為槓桿 a，設木棒 a 與木板接觸點為支點，載重點為施力點，與支點距離則為施力臂(a)；支撐點為抗力點，與支點的距離為抗力臂(a+b)，負重經由棉繩施加在木棒 a 的力為 W，木棒 b 對木棒 a 施的支持力為 F。



#### 四、材料選定

先以各種型態的材料測試操作穩定度，包括火柴、竹籤、竹筷、松木棒、特殊火柴棒(無火藥頭火柴棒)等，經多次測量比較載重的穩定度後，選定以松木棒作為爾後實驗的主要材料。



↑ 特殊火柴棒

#### 五、實驗流程

(一)先將不同粗細松木棒(3x3、4x4、5x5、6x6、7x7 毫米)裁成指定長度。

(二)將棉繩用膠帶黏在空桶的重心上，使其不會傾斜。

(三)材料備齊後，先將木板部分懸空，接下來把木棒 a 平放於木板上，使其一半平貼木板並以磚頭壓住(避免架設承載架未完成架設前木棒 a 傾倒)，一半懸空。接著利用重物壓住木板上的一端，以防止增重時整塊木板連同承載架因重量而傾倒(使用木板之用途為控制實驗變因，維持木棒與木板接觸端點的角度為 90 度)(圖一)。

(四)將一開始綁有棉繩的空桶，掛在木棒 a 最內端(圖二)。

(五)將棉線撐開並量取適當長度，將木棒 c 卡入其中(圖三)。

(六)最後再將木棒 b 卡入前兩根松木棒內。(圖四)

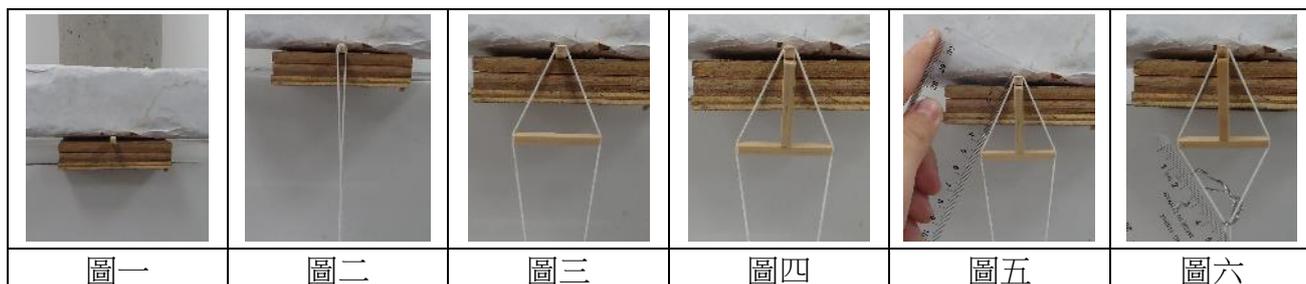
(七)量取木棒 a 到木棒 c 之繩的距離。(圖五)

(八)將束線帶束在木棒 c 下與剛剛測量同距離繩處。(圖六)

(九)最後將磚頭移開，完成承載架架設。

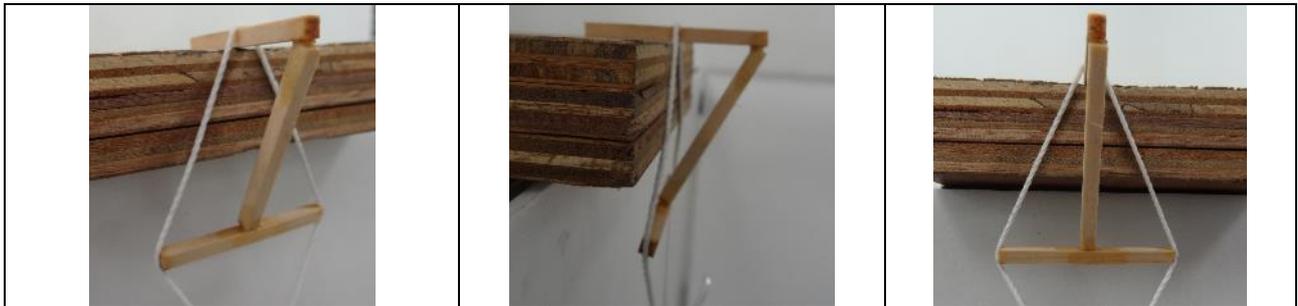
(十)將水緩慢倒入酒精桶內，直到承載架倒塌。

(十一)測量載重量並記錄，接著依照各組操縱便因需求重複步驟三~九，並求取其平均值，完成各組數據。



## 伍、研究結果

一、主實驗:初步實測改變變因與對照組承載架負重量的差距，大方向的尋找增加承載架負重量的方法。



主實驗對照組:三根木棒皆為 4 公分長，粗細為 3 毫米，  
正視圖上、下三角形底邊上的高為 1:1 負重量:10600 克重

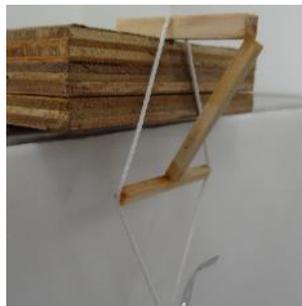
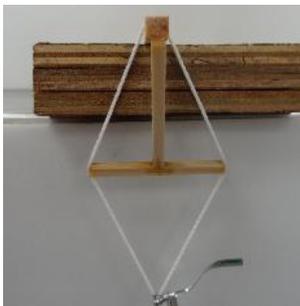
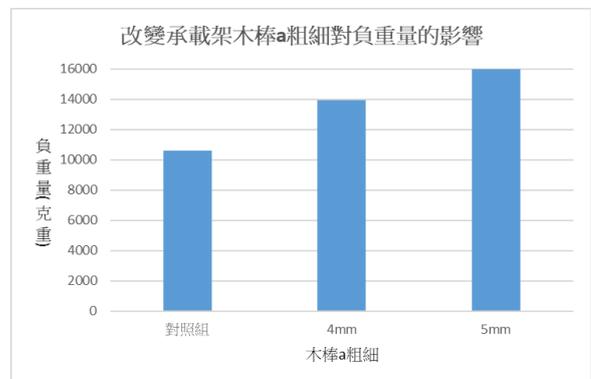
### (一)探討改變承載架木棒 a 的粗細對負重量的影響。

操縱變因：承載架木棒 a 的粗細。

目的：加強承載架木棒 a 本身纖維強度。

實驗結果：由圖表可知，增加承載架木棒 a 粗細，能增加負重量。

討論：在木棒 a 粗細為 3 毫米或 4 毫米的情況下，當承載架倒塌時，木棒 a 多呈現斷裂或彎曲的情況。但當粗細達 5 毫米時，木棒 a 並不會有斷裂、彎曲的情形發生。因此推論木棒 a 的粗細(纖維強度)對負重量影響甚大。



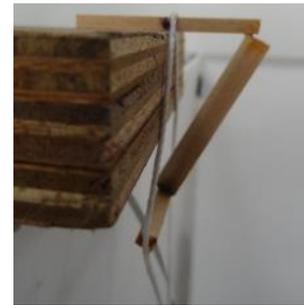
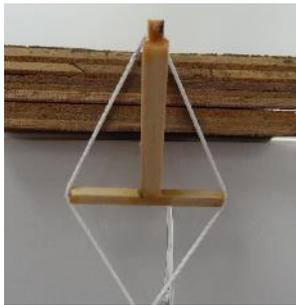
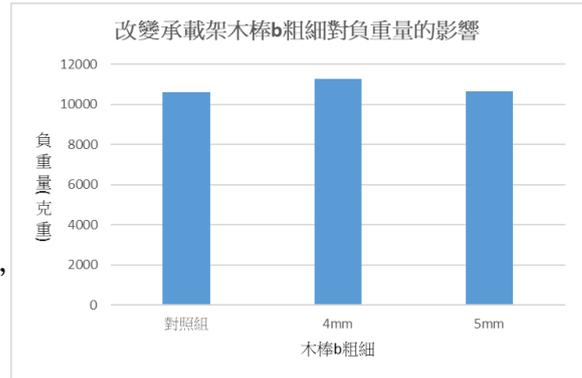
## (二)探討改變承載架木棒 b 的粗細對負重量的影響。

操縱變因：承載架木棒 b 的粗細。

目的：加強承載架木棒 b 本身纖維強度。

實驗結果：由圖表可知，增加承載架木棒 b 粗細，對負重量無太大影響。

討論：當木棒 b 的粗細改變時，負重並沒有增加，推論是粗細 3 毫米木棒 a 的纖維強度不足斷裂，使整個承載架倒塌，因此在木棒 a 纖維強度不足時，增加木棒 b 的粗細對負重量無太大影響。



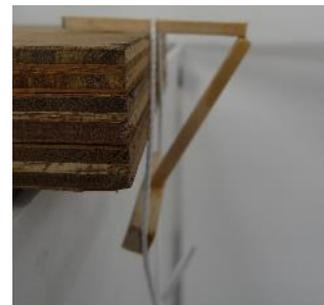
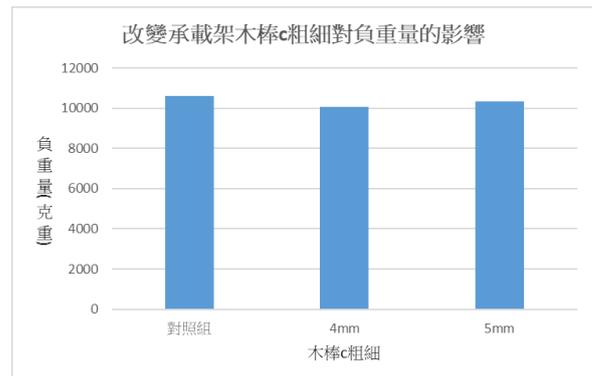
## (三)探討改變承載架木棒 c 的粗細對負重量的影響。

操縱變因：承載架木棒 c 的粗細。

目的：加強承載架木棒 c 本身纖維強度。

實驗結果：由圖表可知，增加承載架木棒 c 粗細，對負重量無太大影響。

討論：當木棒 c 的粗細改變時，負重並沒有增加，推論是粗細 3 毫米木棒 a 的纖維強度不足斷裂，使整個承載架倒塌，因此在木棒 a 纖維強度不足時，增加木棒 c 的粗細對負重量無太大影響。



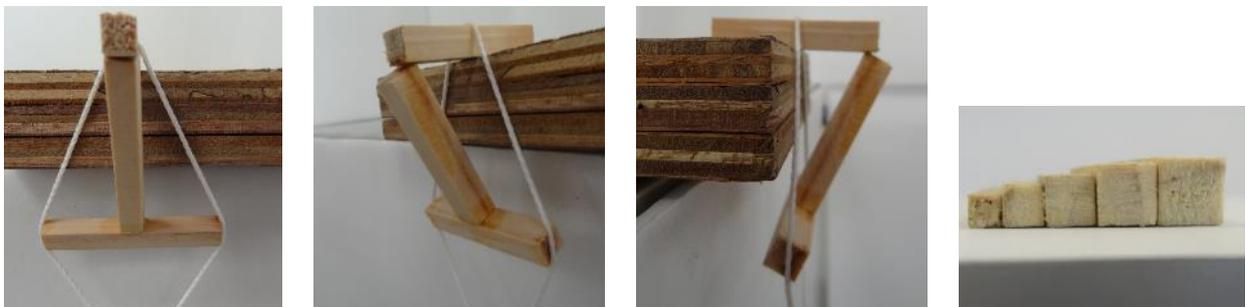
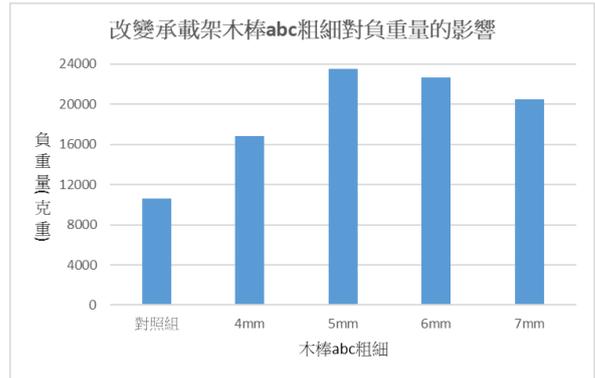
**(四)探討改變承載架木棒 abc 粗細對其負重量的影響。**

操縱變因：承載架木棒 abc 粗細。

目的：加強承載架木棒 abc 本身纖維強度。

實驗結果：由圖表可知，增加承載架木棒 abc 粗細，能增加其負重量，但當粗細達 5 毫米之後，增加粗細，負重不再上升，而略有些許下降。

討論：本實驗同時增加木棒 abc 粗細，發現負重量有增加的趨勢，但當粗細達 5 毫米時，負重量不再上升，反而略減。推測原因為：當木棒 a 粗細為 3 毫米或 4 毫米的時候，會因木棒 a 纖維強度不足而斷裂使承載架倒塌，當木棒 a 粗細達 5 毫米以上時，以沒有出現斷裂的情況，推論負重量減少的原因為木棒 a 粗細增加，導致繩對木棒 a 向下的分力增大，故負重量減少。(詳細討論見討論五)



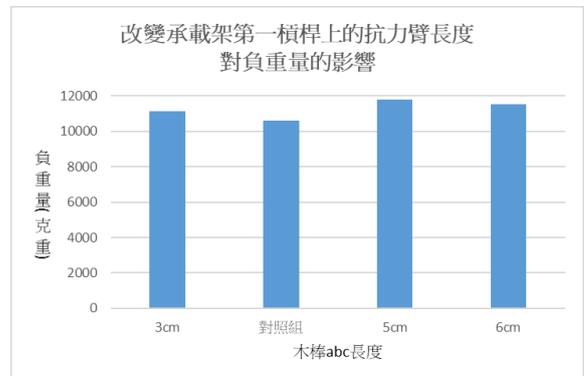
**(五)探討改變承載架的大小對其負重量的影響。**

操縱變因：承載架木棒 abc 的長度。

目的：改變承載架槓桿 a 抗力臂長度。

實驗結果：由圖表可知，不改變承載架結構，只改變槓桿 a 上的抗力臂長短，對負重量無明顯影響。

討論：在木棒 a 纖維強度不足的情況下，若只有改變承載架的大小，無法增加負重量。



**(六)探討改變承載架木棒 b 對木棒 a 施力方向對負重量的影響。**

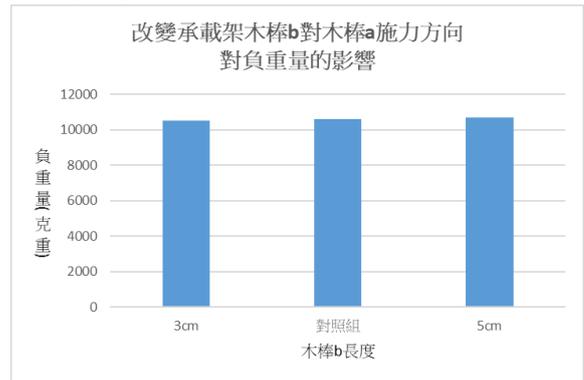
操縱變因：改變承載架木棒 b 長度。為維持正視圖上三角形為正三角形，當木棒 b 長 3 公分，木棒 c 長  $\frac{2\sqrt{15}}{3}$  公分；當木棒 b 長 5 公分，木棒 c 長  $2\sqrt{7}$  公分。

(當木棒 a 為 4 公分時，一半長為 2 公分，當作斜邊的木棒 b 為 3 公分，求得另一股為  $\sqrt{5}$  公分，又和正視圖上三角形底邊上的高等長，故木棒 c 為  $\frac{2\sqrt{15}}{3}$  公分。當木棒 b 為 5 公分時，同理求得木棒 c 為  $2\sqrt{7}$  公分。)

目的：改變承載架木棒 b 對木棒 a 的施力方向。

實驗結果：由圖表可知，改變承載架木棒 b 施力方向對負重量並無太大影響。

討論：在木棒 a 纖維強度不足的情況下，若改變承載架木棒 b 對木棒 a 施力方向，無法增加負重量。



將施力方向變斜



將施力方向變直



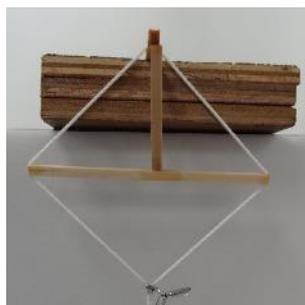
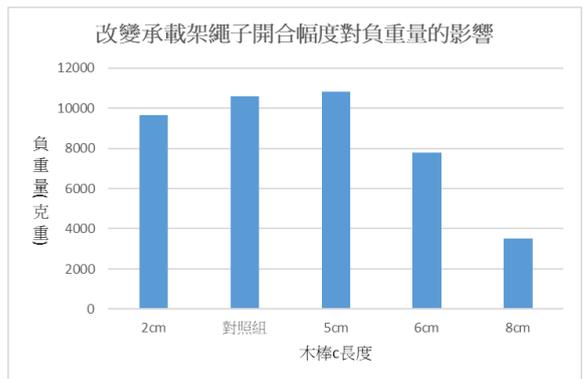
**(七)探討改變承載架木棒 c 長度對負重量的影響。**

操縱變因：承載架木棒 c 長度。

目的：改變繩子張合幅度。

實驗結果：由圖表可知，改變承載架木棒 c 長度，當承載架正視圖上三角形底角越趨近於 60 度，負重量越大。

討論：當木棒 c 較長時，正視圖上三角形繩段張力大，容易被拉長，木棒 b 對木棒 a 的支撐力容易不足，故木棒 a 容易翻轉，使承載架倒塌；而當木棒 c 較短時，正視圖上三角形繩段張力較小，繩子無法提供足夠的力夾住木棒 c，故負重量減少。



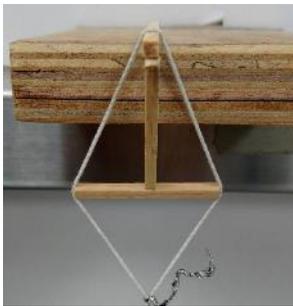
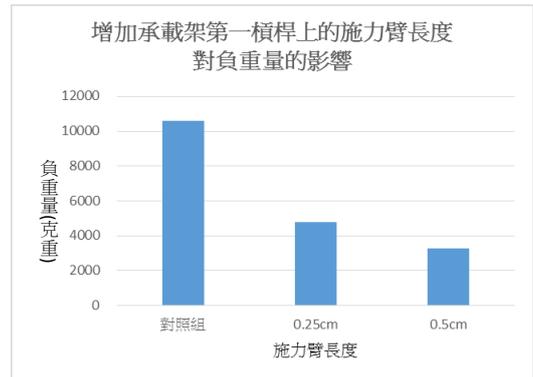
### (八)探討增加承載架施力臂長度對負重量的影響。

操縱變因：將繩子掛在木棒 a 與木板接觸支點外 0.25、0.5 公分處。

目的：增加承載架的木棒 a 所形成的槓桿施力臂長度。

實驗結果：由圖表可知，增加承載架施力臂長度，負重量明顯下降。

討論：增加槓桿 a 施力臂長度，木棒 b 須提供更大支撐力穩定槓桿 a，且在實驗一開始時，系統重心偏外導致木棒 a 須更傾斜維持重心在支點下方，除此之外槓桿 a 上施力臂變長，更容易使木棒 a 變形斷裂，故若增加槓桿 a 施力臂長度，負重量明顯減少。



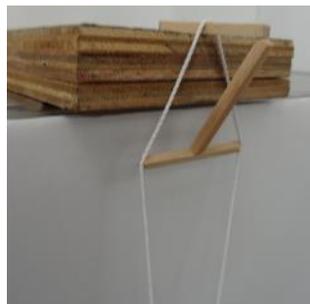
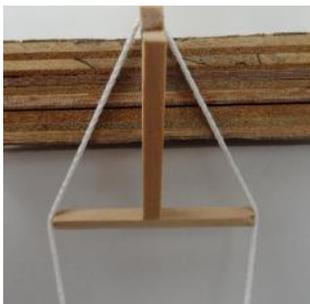
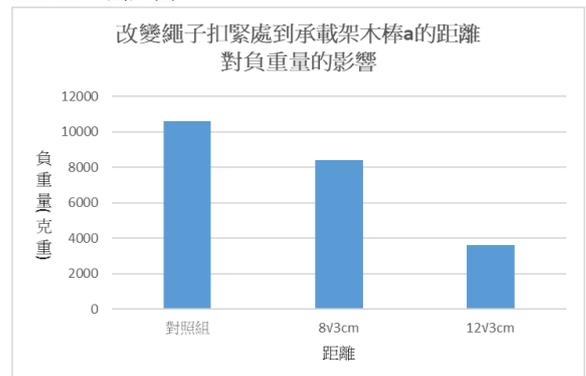
### (九)探討改變繩子扣緊處到承載架木棒 a 的距離對負重量的影響。

操縱變因：扣緊處到承載架木棒 a 的距離。

目的：改變繩子夾住承載架木棒 c 的鬆緊。

實驗結果：由圖表可知，改變繩子扣緊處，使正視圖上、下三角形底角不同，當下三角形底角越大，負重量越小。

討論：本實驗相較於對照組，正視圖下三角形繩段張力較小，繩子無法提供足夠的力夾住木棒 c，故負重量減少。



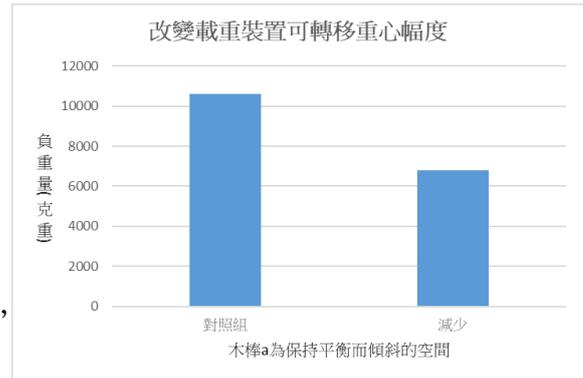
**(十) 探討改變承載架可轉移重心幅度對負重量的影響。**

操縱變因：在木棒 a 平貼之木板下增一擋版。

目的：減少承載架傾斜後移進而轉移重心的能力。

實驗結果：由圖表可知，使原本的承載架可轉移重心幅度減少，負重量下降。

討論：木棒 a 未傾斜時，水桶的重心不會改變，但當木棒 a 開始傾斜後，水桶的重心仍會微微的改變，因此若在木板下加一擋板會阻擋水桶轉移重心，導致裝置倒塌。



**二、延伸探討：**

將對照組訂為三根木棒皆為 4 公分長，同粗細之承載架，尋找增加承載架負重量的細部方法。

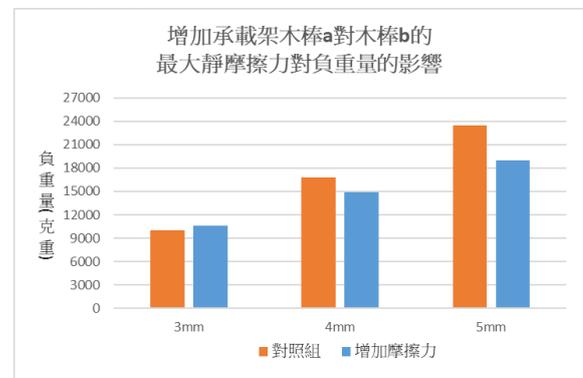
**(一) 探討改變承載架木棒 a 對木棒 b 的摩擦力對負重量的影響。**

操縱變因：承載架木棒 a 對木棒 b 的摩擦力(在木棒 a 與木棒 b 銜接觸切成缺口，將木棒 b 卡入缺口，增加摩擦力。)

目的：防止承載架木棒 b 因載重增加而滑出承載架。

實驗結果：由圖表可知，當改變承載架木棒 a 對木棒 b 的摩擦力時，負重量減少。

討論：當負重量逐漸增加時，木棒 a 會翻轉，使木棒 a、b 夾角逐漸變大，若固定木棒 a、b 夾角，木棒 a 翻轉受到阻礙，因此負重量減少。



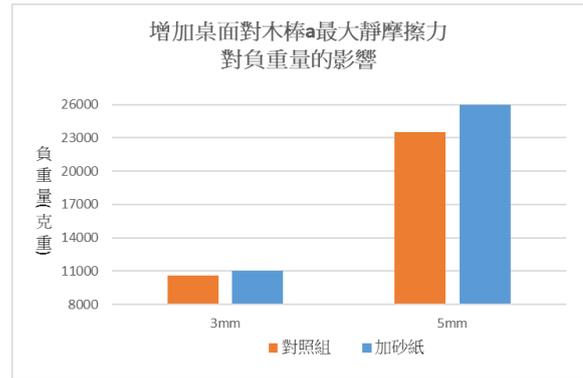
(二)探討在木棒 a 平貼之木板上增加粗糙面對負重量的影響。

操縱變因:在木棒 a 接觸之木板上平貼砂紙(60號)以增加粗糙面。

目的:增加木棒 a 平貼之木板對木棒 a 的最大靜摩擦力。

實驗結果:由圖表可知,若增加木棒 a 平貼之木板對木棒 a 的最大靜摩擦力,能增加粗細 5 毫米的承載架負重量,3 毫米則否。

討論:當木棒 a 粗細為 3 毫米時,因木棒纖維強度不足導致木棒斷裂,使承載架倒塌。因此在木棒 a 接觸之木板上平貼砂紙無法有效增加負重量,但當木棒 a 粗細達 5 毫米時,在木棒 a 接觸之木板上平貼砂紙能增加木棒 a 的傾斜幅度,故負重量上升。



圖片		
名稱	對照組	加砂紙
三次實驗平均傾斜角度比較	小	大
粗細 5 毫米承載架掉落前一刻木棒 a 傾斜情況		

## 陸、討論

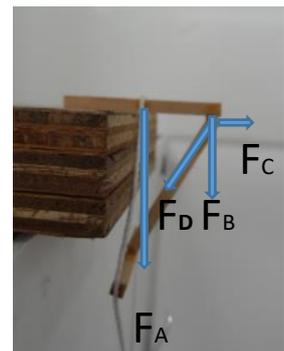
### 一、有關實驗材料選定

考量承載架木棒 b 的固定以及負重量穩定度,可發現:

- >火柴棒因粗細及火柴頭火藥含量不一,導致實驗誤差過大。
- >竹籤、竹筷本身為圓柱,接觸面可能導致力量分散不一而影響實驗結果。
- >無火藥頭之火柴棒因粗細不一,導致實驗誤差過大。
- >松木棒相較於其他材料較穩定,故實驗採取松木棒作為主要材料。

### 二、承載架載重原理:觀察每次進行實驗時承載架負重過程,於實驗結束後進行討論提出五點承載架載重原理。

(一)、當載重( $F_A$ )形成,導致木棒 a 翻轉對木棒 b 施力( $F_B$ ), $F_B$  會產生兩分力( $F_C$ 、 $F_D$ ), $F_D$  藉由木棒 b 再對木棒 c 施力,而木棒 c 與繩之間的摩擦力將木棒 c 撐起,使承載架穩定; $F_C$  則為一向外的分力,可能使木棒 b 滑出使承載架倒塌。

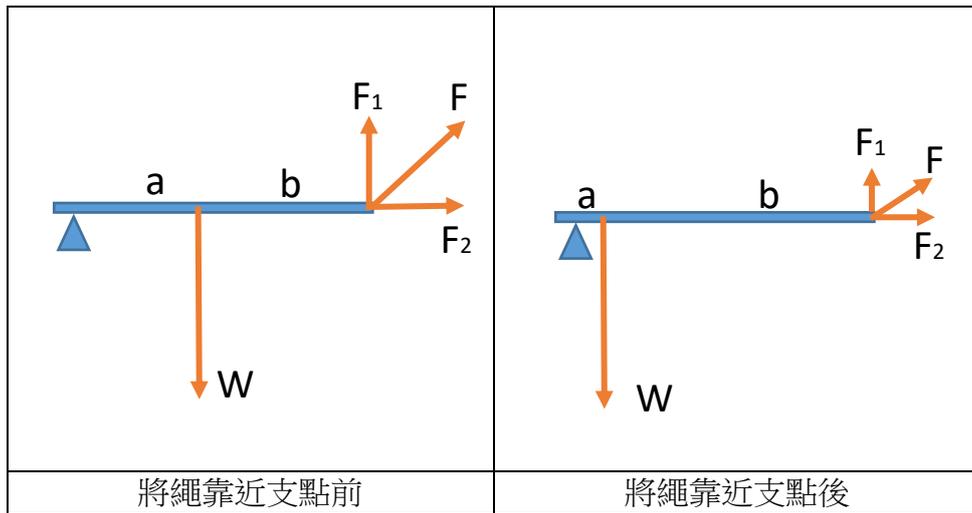


(二)、以承載架木棒 a 做為一個獨立槓桿，稱為槓桿 a，設木棒 a 與木板接觸點為支點，載重點為施力點，與支點距離則為施力臂(a)；支撐點為抗力點，與支點的距離為抗力臂(a+b)，負重經由棉繩施加在木棒 a 的力為 W，木棒 b 對木棒 a 施的支持力 F 形成  $F_1$ 、 $F_2$  兩分力。由式  $aw = (a + b)F_1$

> $F_1 = \frac{a}{a+b}w$  可知

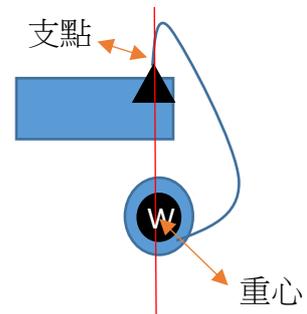
>當 b 增加，a 漸小，則  $F_1$  值會下降(將繩往桌靠)。

>如果 a 值極小，施力點與支點幾乎為同一點，端點只要提供極小的  $F_1$  值即可使槓桿達平衡，且木棒 a 不易斷裂。

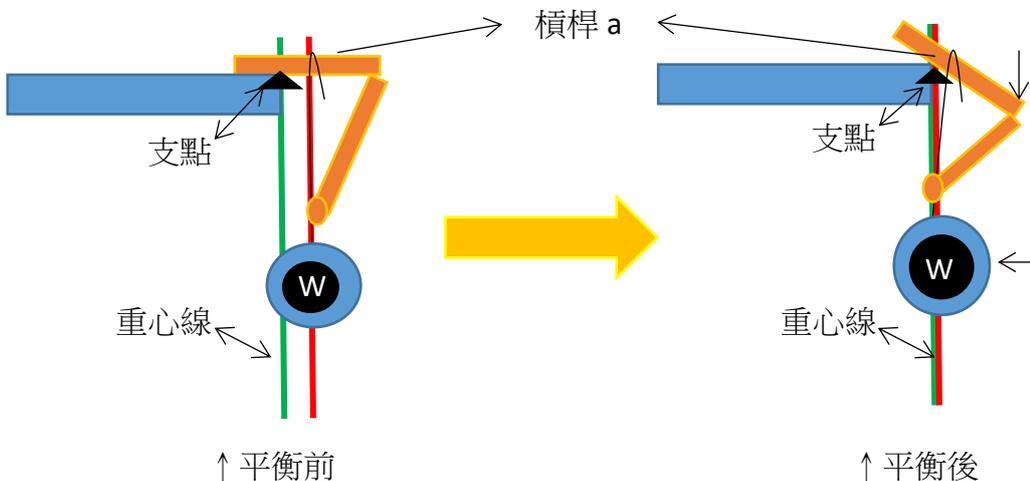


(三)、支點與重心的關係：

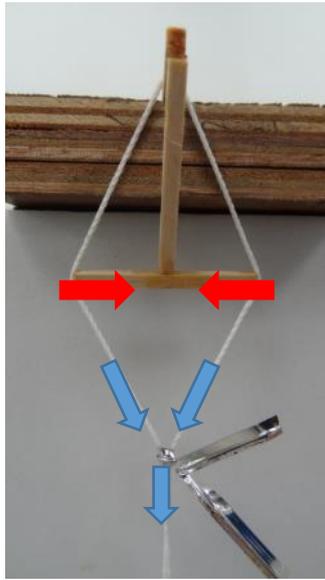
整體而言，承載架的重心必須在支點下方，才能使系統穩定(見右圖)。



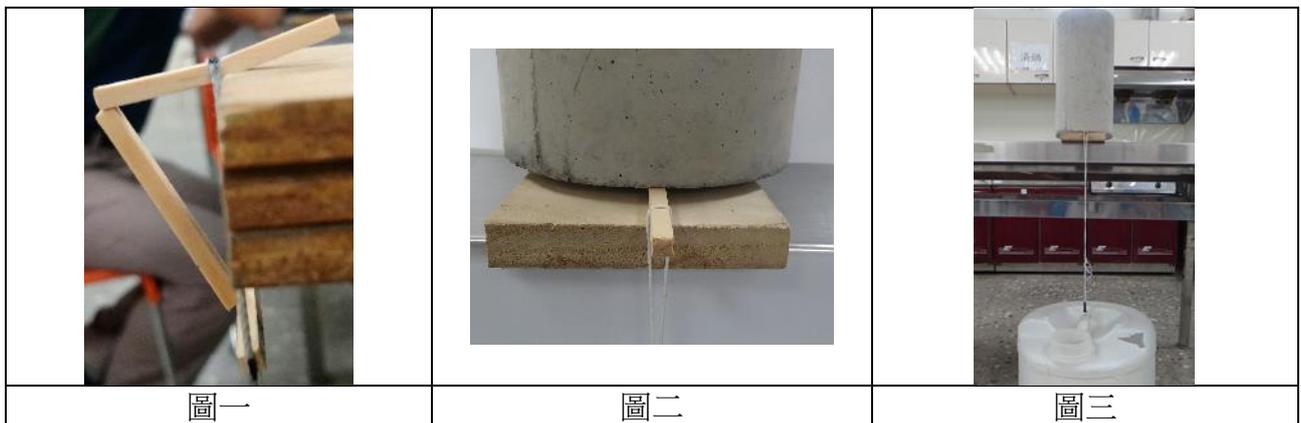
(四)、承載架因受力傾斜，使重心轉移到支點下方，維持承載架穩定(見下圖)  
(若重心無法轉移到支點下方，則承載架倒塌)



(五)、當載重形成，繩子受到負重產生張力(如下圖藍色箭頭)，對木棒 c 產生夾力(如下圖紅色箭頭)，使木棒 c 與繩的摩擦力變大，將木棒 c 固定住，支撐木棒 b，抵住木棒 a 向下翻轉，穩定承載架，保持系統平衡。

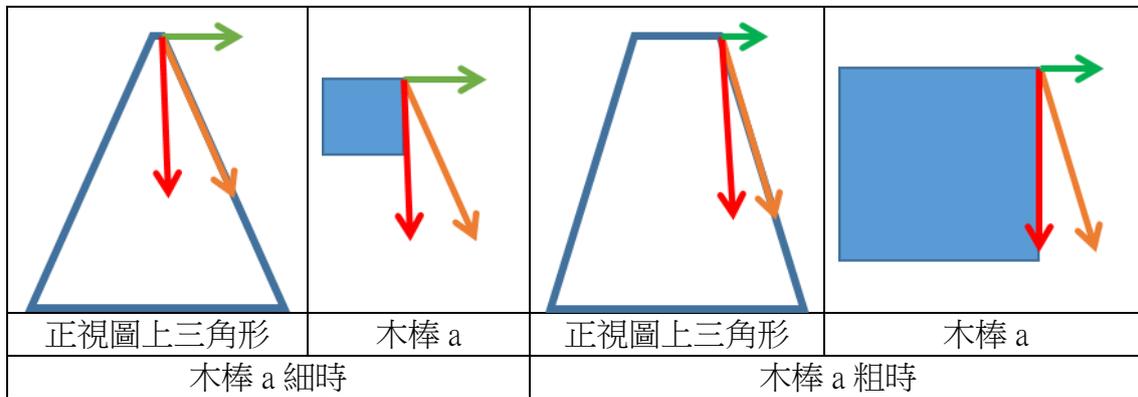


三、從實驗(一)可知，承載架木棒 a 本身的纖維強度極為重要。我們更進一步實驗發現，單獨只採一根松木棒，平貼桌支點端，並用重物壓住木棒，測其可掛重量(見下圖二、三)，在松木棒細時(3~4 毫米)，掛物重與同粗細之承載架無明顯差異；當松木棒粗細增至 5 毫米時，可支撐 30000 克重以上的重量，負重量明顯較同粗細之承載架增加。木棒 a 的纖維強度在粗細 5 毫米以下的承載架上平衡極重要的因素；而木棒 b、c 增加粗細並未有效提升掛重。因槓桿 a 抗力臂遠大於施力臂，木棒 b 受力不大，不易變形；而木棒 c 受繩夾力雖大，但是木棒 c 的整個長度承受兩側的力，因此相較於單點受力的木棒 a，木棒 c 較不易變形。



四、從實驗(一、二、三)得知，承載架三根木棒纖維強度以木棒 a 來得相對重要，但對照實驗(一)及實驗(四)的結果，三根木棒粗細為 5 毫米的承載架負重量(23000 克重)相較於只加粗木棒 a 至 5 毫米的承載架負重量(16000 克重)多，可推論增加承載架 b、c 木棒纖維強度在負重量較大時，能提高負重量。

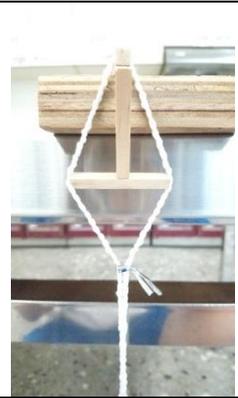
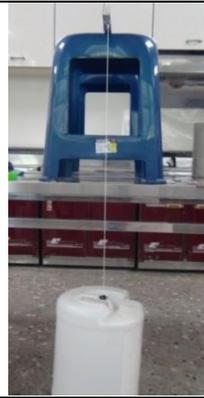
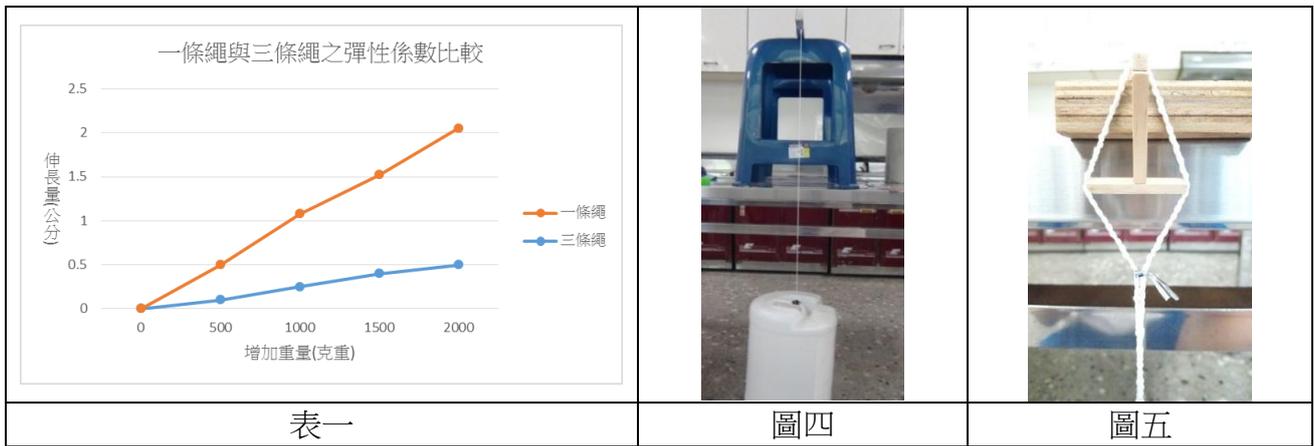
五、實驗(四)改變承載架木棒 a、b、c 粗細，實驗結果顯示在木棒粗細 5 毫米內，增加粗細，負重增加，但當粗細達 5 毫米以上時，負重量停止增加，反而略減，推論當木棒 a 粗細增加時，導致接觸在木棒 a 的繩被拉的較開，使繩張力(橘色箭頭)對木棒 a 向下的分力(紅色箭頭)增大，故負重量減少。另外觀察實驗後木棒 a 與繩接觸處有凹陷情形發生，且木棒 a 越粗，凹陷程度越大，而當木棒 a 凹陷時，也會使繩張力對木棒 a 向下的分力增加，造成承載架提早倒塌。



六、當承載架木棒 a 粗細為 3 毫米及 4 毫米時，實驗結果木棒 a 大多呈現折斷狀況，為承載架倒塌的主要原因；當承載架木棒 a 粗細達 5 毫米，已無斷裂情況，承載架倒塌的主要原因為當負重增加，棉繩受力拉長，導致木棒 c 下移，減少木棒 b 對木棒 a 的支撐力，使木棒 a 力矩不平衡而傾斜，傾斜直到與木板間摩擦力不足，最後滑落。當承載架木棒 a 粗細達 6 及 7 毫米，實驗結果發現負重量停止增加。由此可知，木棒 a 粗細達 5 毫米時，已經可以達到承載的極限值，此時增加木棒 a 可傾斜的角度，對負重量增加較為重要(延伸實驗二)。而木棒 a 太細時(4 毫米或以下)，木棒 a 可傾斜的角度已足夠支持至木棒 a 折斷，此時增加桌面對木棒 a 的摩擦力無助於增加掛物重。

七、承載架木棒 a 與木棒 b 的接觸點所提供的力其實並不大(因為槓桿抗力臂遠大於施力臂)，但其極為重要，能保持重物的重心位於承載架支點下方。若無此力，重物的重心位於懸掛處底下，雖與支點相差距離極短，但其影響之大使承載架不能掛任何物體，不論重量多輕。

八、為探討木棒 a 傾斜原因，進行虎克定律實驗(圖四)，發現 50 公分棉繩每增加負重 1 公斤重時，約伸長 1 公分(表一)，有明顯伸長的情況。因此可推測當繩變長時，木棒 c 下移，導致木棒 b 無法提供足夠的支撐力支持木棒 a，導致槓桿 a 力矩不平衡，使木棒 a 翻轉。之後測試將三條棉繩纏繞一起，進行虎克定律實驗，發現 50 公分的三條棉繩每增加負重 1 公斤重時，約伸長 0.25 公分(表一)，可得知三條棉繩彈性係數較一條棉繩大，比較不容易變長。另外也利用三條棉繩做一次承載架負重實驗(圖五)，發現粗細 5 毫米的承載架負重量較一條棉繩約多 4 公斤重(23500 克重 vs 27333 克重)，可知木棒 a 翻轉的情況與繩彈性係數有密切關係。



九、實驗(七)改變木棒 c 長度，當木棒 c 較長時，正視圖上三角形繩段張力大，容易被拉長，負重量較小。實驗結束後進行了一些數學的推導，求出當負重量為 10 公斤重時，不同長度的木棒 c 正視圖上三角形底邊上的高理論上分別約增長多少，以大略推估木棒 a 隨負重量增加而傾斜的快慢。(詳細計算過程請見捌、參考資料與其他)

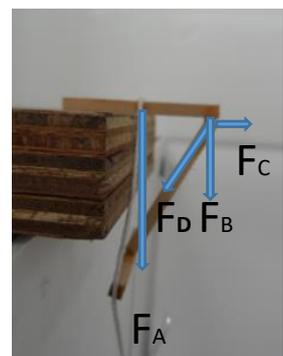
正視圖上三角形底邊上的高	3.85	3.98	4.08	4.20	4.52
木棒 c 長度	2	4	5	6	8

從表格中可發現，木棒 c 越長，在負重量 10 公斤重時，正視圖上三角形底邊上的高越長，木棒 a 傾斜較快，故當木棒 c 越長時，負重量越小；而當木棒 c 長為 2 公分時，正視圖上三角形底邊上的高雖最小，但負重量反而較小，推測因木棒 c 較短，正視圖上三角形兩股繩段受張力較小，雖然不易伸長，但可能無法提供足夠的力夾住木棒 c，木棒 c 容易滑出，故負重量下降。

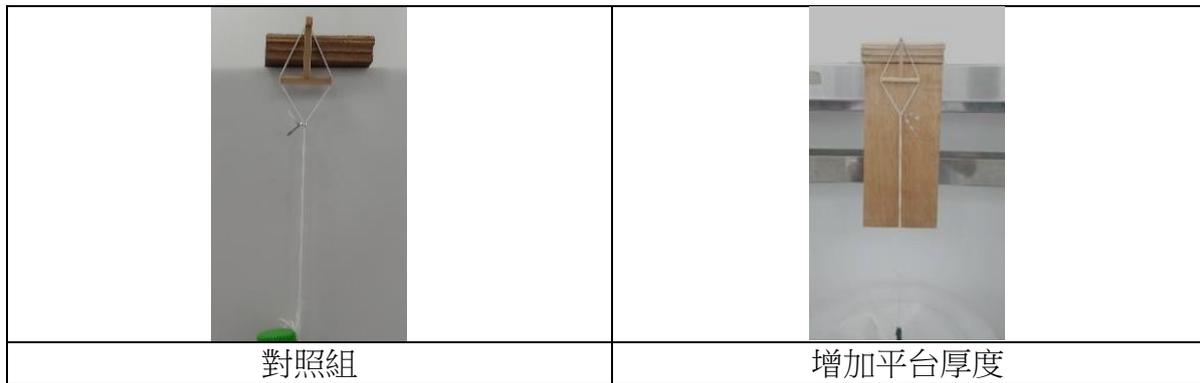
十、有關木棒 b、c 及掛線方式對掛物重的影響，當實驗(五)加長木棒 a 形成的槓桿抗力臂及實驗(六)改變木棒 b 對木棒 a 施力方向，實驗結果相差不大，其原因為粗細為 3 毫米承載架無法繼續負重的主因是木棒 a 斷裂導致，改變抗力臂長短及施力方向無助於增加木棒 a 強度。實驗(九)改變繩扣緊處至木棒 a 距離，正視圖下三角形繩段張力較對照組小，繩子無法提供足夠的力夾住木棒 c，木棒 c 容易滑出，故負重量減少。

十一、實驗(八)增加槓桿 a 施力臂長度，木棒 b 須提供更大支撐力穩定槓桿 a，且在實驗一開始時，空桶掛在較外側導致木棒 a 傾斜角度需較對照組大以維持系統重心在槓桿 a 支點下，因此木棒 a 與木板間的摩擦力容易不足，除此之外槓桿 a 上施力臂變長，木棒 a 受力變大，木棒 a 更容易變形斷裂，故若增加槓桿 a 施力臂長度，負重量明顯減少

十二、實驗前預測，若能增加承載架木棒 a 對木棒 b 的摩擦力，有利於木棒 a 端點向上作用力，且根據右承載架載重原理圖， $F_C$  為一向外的分力，可能使木棒 b 滑出使承載架倒塌，因此設計了一實驗(延伸實驗一)，將木棒 a 挖一凹槽，並將木棒 b 卡入其中，增加木棒 a 對木棒 b 的最大靜摩擦力，防止木棒 b 滑出，如此一來應可有效增加負重，但實驗結果並非如預測。當負重量逐漸增加時，因木棒 c 須維持在槓桿 a 支點下方，而木棒 a 因兩端受力不相等會翻轉，使木棒 a、b 夾角逐漸變大，若固定木棒 a、b 夾角，木棒 a 翻轉受到阻礙，因此負重量減少。



十三、有關於重心影響承載架的負重能力，實驗(十)設計以改變平台厚度，減少掛物重心轉移空間。實驗結果當平台變厚，掛物重明顯減少，可知重心可否轉移位置是影響承載架平衡重要因素。



十四、結合實驗的結論概念，運用一些生活小巧思製作環保杯套，這項作品是運用實驗中的承載架在無掛鉤的地方方便地成功撐起飲料杯。



## 柒、結論

一、由上探討可知此構造可懸臂支持重物的關鍵因素，在於(1)槓桿 a 須處於平衡關係，(2)同時系統重心須於槓桿 a 支點下方。實驗結果發現，承載架是利用槓桿原理來支撐重物，而承載架的木棒 a 極為重要，若能將木棒 a 加粗，載重提升(實驗一、四)；繩子受力拉長會減少木棒 b 對木棒 a 的支撐力，因此若能減少繩子受力(實驗七)或增加木棒 a 傾斜空間(延伸實驗二)負重量提升。若槓桿 a 施力臂太長，負重量明顯減少(實驗八)。本承載架載重主要依靠重心的轉移讓整體平衡，若承載架無法進行改變重心位置，則承載架會無法平衡而導致無法負重(實驗十)。

二、由上探討可知此承載架負重能力，在於木棒 a 的纖維強度，木棒 a 越粗，可支持的物重越大。但當木棒 a 粗細增達一定程度時(5 毫米以上)，再增加粗細負重量並不會再增，反而略降。第一二木棒間的摩擦力，雖不需多大，但可使木棒 b 傳力至槓桿支點的內側，是平衡的重要因素。繩子扣緊處到承載架木棒 a 的距離相當重要，繩子對木棒 c 的摩擦力能提供一向上的力，使木棒 c 穩定，維持承載架平衡(實驗九)。

三、實驗整合：關於改變承載架木棒 b(實驗二)或木棒 c(實驗三)粗細、增加槓桿 a 抗力臂長度(實驗五)、改變承載架木棒 a 施力方向(實驗六)，皆對負重量無太大影響；改變承載架木棒 c 長度，當繩子開合角度越接近 60 度，負重量越大(實驗七)；若三根松木棒粗細皆達到 5 毫米以上，負重量會更接近極限值(實驗四)；承載架必須留伸縮縫，否則木棒 a 傾斜受到阻礙，導致承載架提早倒塌(延伸實驗一)。

#### 四、延伸尋找本實驗承載架載重原理在生活中的實例。

以一 S 型掛勾一端掛於桌面，令一端懸掛重物，可維持裝置平衡，當將重物移除則裝置倒塌，可見此裝置需有重量將重心維持在支點下方才可維持裝置穩定。與本實驗承載架皆依靠重心的轉移維持裝置穩定。



#### 五、延伸探討相關結構之力的平衡關係。

以鐵尺、鐵鎚、繩子，調整鎚頭吊掛重心，可使結構穩定平衡。

操縱變因：增加鎚頭掛重。

目的：觀察鐵尺(相當木棒 a)所形成的槓桿，在增加掛重時鐵尺和鐵鎚接觸點會因負重增加而上彎，可知負重大小，對接觸點之間的力，有一定影響。且重心的位置須保持於桌上支點之下，隨掛重增加能明顯觀察移動狀況(鐵槌順時針轉，鐵尺向上彎曲)。



### 捌、參考資料及其他

#### 一、螞蟻吊大象--一起見證火柴棒的神奇力量！

取自:國立台中教育大學 NTCU 科學教育與應用學系

<http://scigame.ntcu.edu.tw/power/power-055.html>

#### 二、「絕對不偏心」—酒架平衡重心的探討與廣用酒架的設計。

取自新北市板橋區埔墘國民小學

中華民國第五四 屆中小學科學展覽會作品

#### 三、科學角落 - 重心與平衡 取自 Kiwi 的物理教室

[https://kiwiphysics.blogspot.com/2014/11/blog-post\\_10.html#!/2014/11/blog-post\\_10.html](https://kiwiphysics.blogspot.com/2014/11/blog-post_10.html#!/2014/11/blog-post_10.html)

四、討論九詳細計算過程：

當木棒 a 長 4 公分，b 長 4 公分，c 長 2 公分時：

側視圖三角形斜邊長 4 公分，其中一股長  $\frac{a}{2} = 2$  公分，

另一股長  $=\sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$  公分 = 正視圖上三角形底邊上的高

正視圖上三角形底邊上的高為  $2\sqrt{3}$  公分，底邊長 2 公分，

依畢氏定理求得兩股(繩)長  $=\sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{13}$  公分

$\therefore 50$  公分棉繩伸長量與受力關係約為  $1\text{cm}/\text{kg}$

$\therefore \sqrt{13}$  公分棉繩伸長量與受力關係約為  $\frac{\sqrt{13}}{50}\text{cm}/\text{kg}$

當承載架負重量為 5 公斤重時，

正視圖下三角形兩股各分 2.5 公斤重向下的力，

$\therefore$  三角形邊長比=受力比  $2\sqrt{3} : \sqrt{13} = 2.5 : \text{繩受力}$

$\therefore$  三角形兩股繩受張力  $= \frac{2.5 \times \sqrt{13}}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{39}}{12}$  公斤重

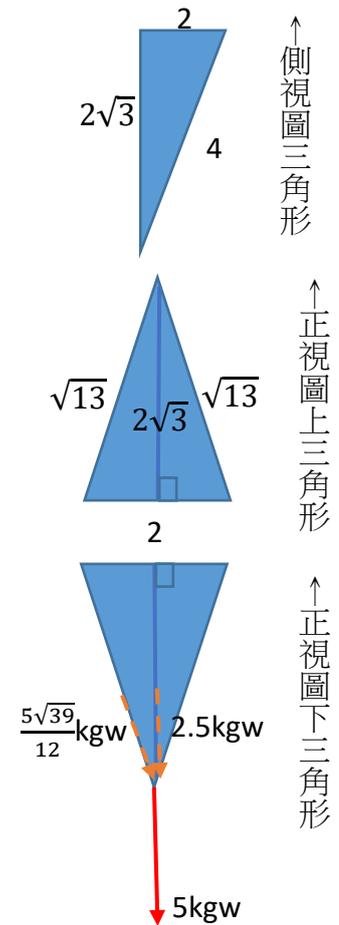
繩伸長量為  $\frac{5\sqrt{39}}{12} \times \frac{\sqrt{13}}{50} = \frac{13\sqrt{3}}{120}$  公分

接著定正視圖上三角形兩股長  $\sqrt{13} + \frac{13\sqrt{3}}{120}$  公分，同理以畢氏定理求出底邊上的高、設負重量為 10 公斤重，求出三角形兩股繩受張力及伸長量，最終三角形兩股繩長約為 3.98 公分。

以畢氏定理求得正視圖上三角形高  $= \sqrt{3.98^2 - 1^2} \approx 3.85$  公分

註:計算正視圖上三角形底邊上的高長度會分 5、10 公斤重兩階段計算目的為縮小誤差值，因負重量增加時，正視圖上、下三角形底角角度隨之改變，繩受張力與負重並無成正比成長(繩張力與負重量的比值會漸小)，因此在計算負重量 10 公斤重前，先以負重量 5 公斤重逼近正視圖上、下三角形底角角度實際角度，能求得更準確的數值。(若分越多段計算，所求得的數值越準確)

同理推算出當木棒 c 長在不同長度下，負重量 10 公斤重時正視圖上三角形底邊上的高約多長。



## 【評語】 030111

1. 能發展不同變因討論問題，並找出相關趨勢。
2. 同學表現自信，回應問題合理，十分值得肯定。
3. 研究結果若能搭配更多的靜力學之力學分析，推論出相關理論值，進而與實驗值做比較，將可讓作品更有價值。

# 壹、研究動機

在一年一度的「科學168活動」中，科普教室舉辦許多的課程，而學校所設計的課程為「螞蟻吊大象」。在課程裡介紹三支火柴棒組成的支架能懸掛重物的奇妙現象，使我們好奇：利用此結構的承載架為何可懸臂支持重物？此結構最多可以承受多少的重量？若改變一些結構，是否能增加承載架的負重量？一個又一個的問題讓我們開始一連串的實驗。

# 貳、研究目的

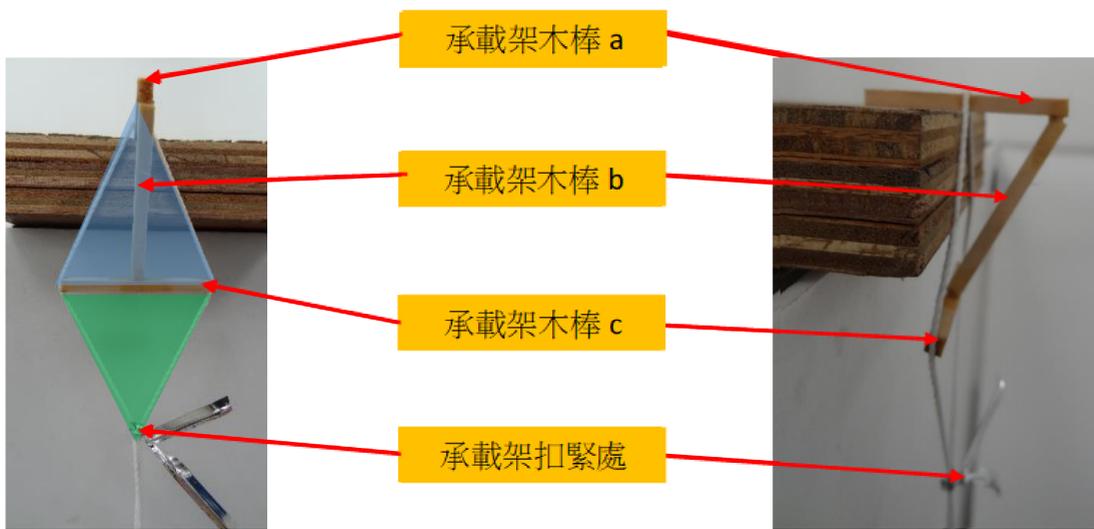
- 一、探討此構造可懸臂支持重物的關鍵因素。
- 二、探討如何增加此承載架負重能力。
- 三、延伸探究相關結構之力的平衡方法。

# 參、研究設備及器材

實驗器材：木板、松木棒、空桶、棉繩、束線帶、水、水桶、水瓢、膠帶、磚頭、砂紙。測量儀器：磅秤。

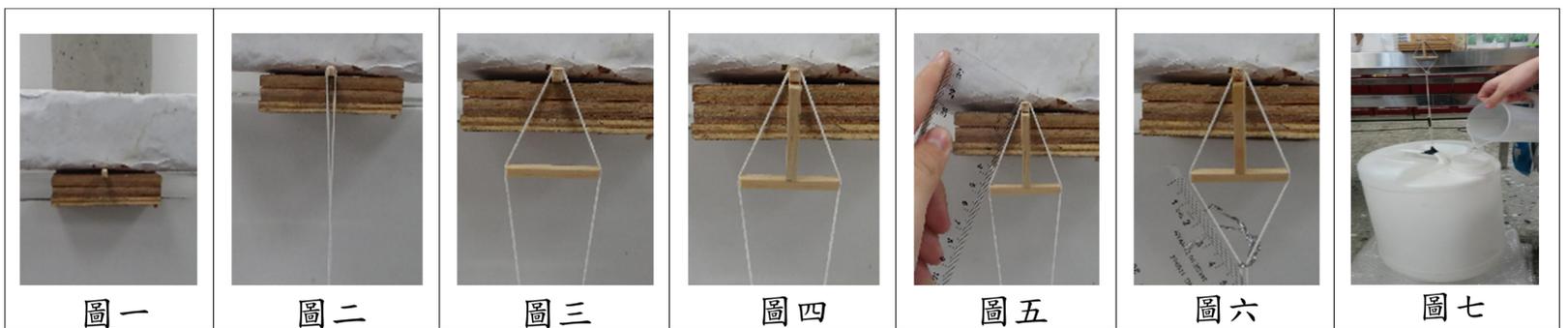
# 肆、研究過程或方法

- 一、本實驗所定義之木棒a、b、c及扣緊處如圖所示。定義下圖藍色三角形為「正視圖上三角形」，綠色三角形為「正視圖下三角形」。
- 二、對照組承載架是由粗細0.3x0.3公分，長度4公分的三根松木棒組成，繩子扣緊處離承載架木棒a距離為 $4\sqrt{3}$ 公分(兩倍木棒c與木棒a距離長，控制木棒c與繩圍成的兩三角形皆為正三角形)。
- 三、以承載架木棒a做為一個獨立槓桿，稱為槓桿a，設木棒a與木板接觸點為支點，載重點為施力點，與支點距離則為施力臂(a)；支撐點為抗力點，與支點的距離為抗力臂(a+b)，負重經由棉繩施加在木棒a的力為W，木棒b對木棒a施的支持力為F。



載重示意圖

# 四、實驗流程



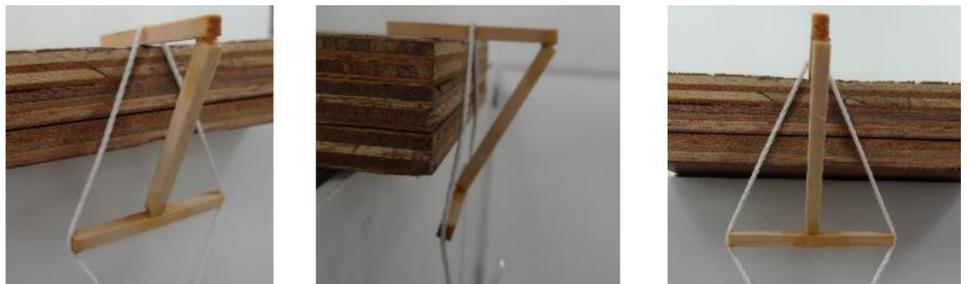
# 伍、研究結果

一、主實驗:初步實測改變變因與對照組承載架負重量的差距，大方向的尋找增加承載架負重量的方法。

主實驗對照組:

三根木棒皆為4公分長，粗細為3毫米，正視圖上、下三角形底邊上的高為1:1

負重量:10600克重



(一)探討改變承載架木棒a的粗細對負重量的影響。

實驗結果：由圖表可知，增加承載架木棒a粗細，能增加負重量。

討論：在木棒a粗細為3毫米或4毫米的情況下，當承載架倒塌時，木棒a多呈現斷裂或彎曲的情況。但當粗細達5毫米時，木棒a並不會有斷裂、彎曲的情形發生。因此推論木棒a的粗細(纖維強度)對負重量影響甚大。

(二)探討改變承載架木棒b的粗細對負重量的影響。

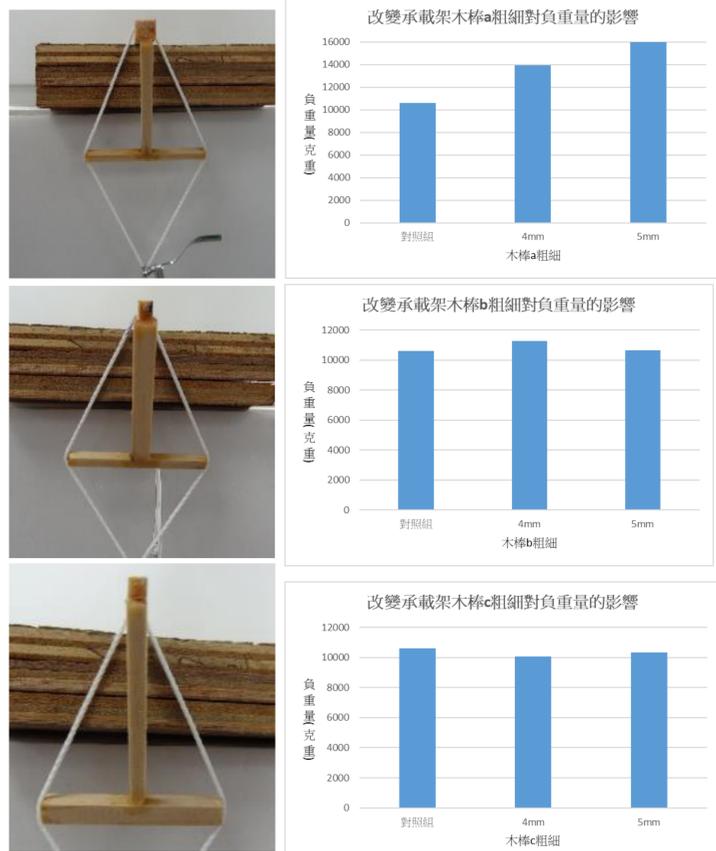
實驗結果：由圖表可知，增加承載架木棒b粗細，對負重量無太大影響。

討論：當木棒b的粗細改變時，負重並沒有增加，推論是粗細3毫米木棒a的纖維強度不足斷裂，使整個承載架倒塌，因此在木棒a纖維強度不足時，增加木棒b的粗細對負重量無太大影響。

(三)探討改變承載架木棒c的粗細對負重量的影響。

實驗結果：由圖表可知，增加承載架木棒c粗細，對負重量無太大影響。

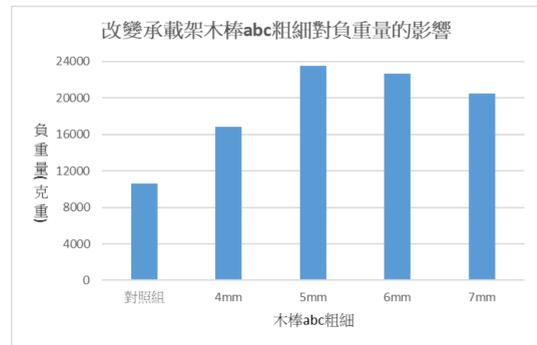
討論：當木棒c的粗細改變時，負重並沒有增加，推論是粗細3毫米木棒a的纖維強度不足斷裂，使整個承載架倒塌，因此在木棒a纖維強度不足時，增加木棒c的粗細對負重量無太大影響。



#### (四)探討改變承載架木棒abc粗細對其負重量的影響。

實驗結果：由圖表可知，增加承載架木棒abc粗細，能增加其負重量，但當粗細達5毫米之後，增加粗細，負重不再上升，而略有些許下降。

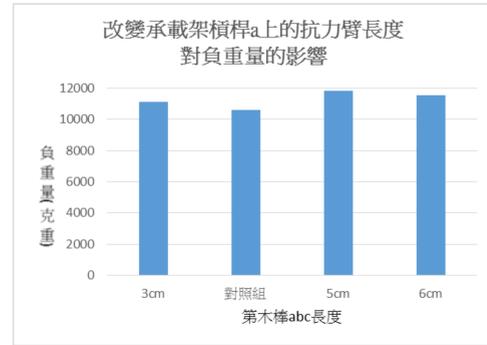
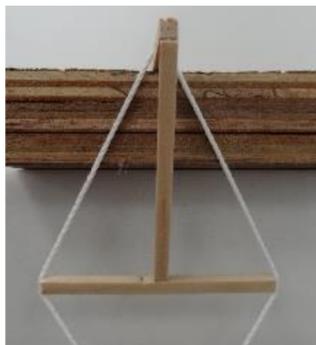
討論：本實驗同時增加木棒abc粗細，發現負重量有增加的趨勢，但當粗細達5毫米時，負重量不再上升，反而略減。推測原因為：當木棒a粗細為3毫米或4毫米的時候，會因木棒a纖維強度不足而斷裂使承載架倒塌，當木棒a粗細達5毫米以上時，已沒有出現斷裂的情況，推論負重量減少的原因為木棒a粗細增加，導致繩對木棒a向下的分力增大，故負重量減少。



#### (五)探討改變承載架的大小對其負重量的影響。

實驗結果：由圖表可知，不改變承載架結構，只改變槓桿a上的抗力臂長短，對負重量無明顯影響。

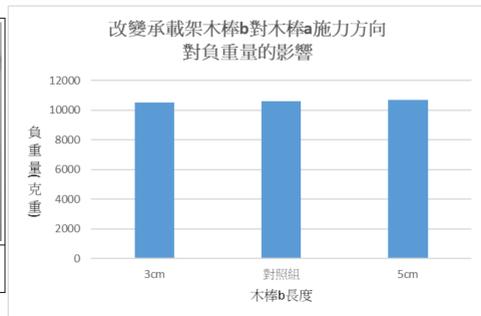
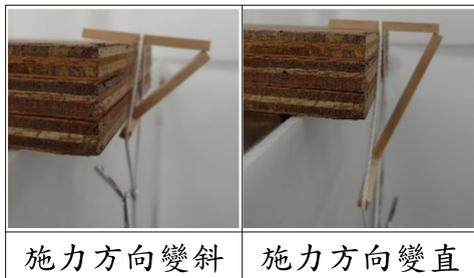
討論：在木棒a纖維強度不足的情況下，若只有改變承載架的大小，無法增加負重量。



#### (六)探討改變承載架木棒b對木棒a施力方向對負重量的影響。

實驗結果：由圖表可知，改變承載架木棒b施力方向對負重量並無太大影響。

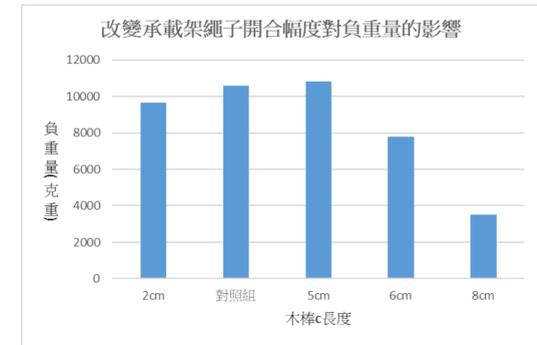
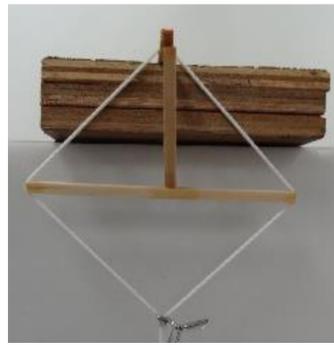
討論：在木棒a纖維強度不足的情況下，若改變承載架木棒b對木棒a施力方向，無法增加負重量。



#### (七)探討改變承載架木棒c長度對負重量的影響。

實驗結果：由圖表可知，改變承載架木棒c長度，當承載架正視圖上三角形底角越趨近於60度，負重量越大。

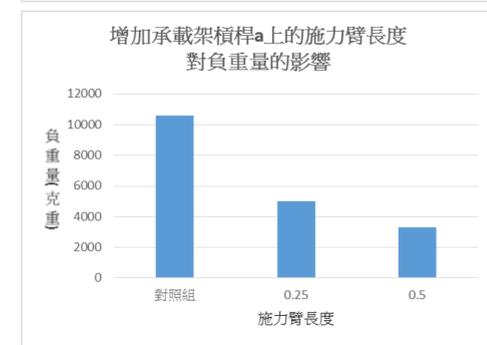
討論：當木棒c較長時，正視圖上三角形繩段張力大，容易被拉長，木棒b對木棒a的支撐力容易不足，故木棒a容易翻轉，使承載架倒塌；而當木棒c較短時，正視圖上三角形繩段張力較小，繩子無法提供足夠的力夾住木棒c，故負重量減少。



#### (八)探討增加承載架施力臂長度對負重量的影響。

實驗結果：由圖表可知，增加承載架施力臂長度，負重量明顯下降。

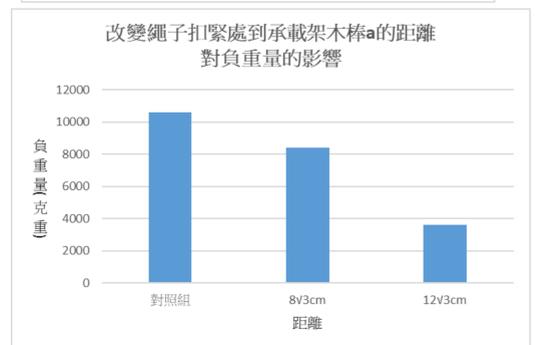
討論：增加槓桿a施力臂長度，木棒b須提供更大支撐力穩定槓桿a，且在實驗一開始時，系統重心偏外導致木棒a須更傾斜維持重心在支點下方，除此之外槓桿a上施力臂變長，更容易使木棒a變形斷裂，故若增加槓桿a施力臂長度，負重量明顯減少。



#### (九)探討改變繩子扣緊處到承載架木棒a的距離對負重量的影響。

實驗結果：由圖表可知，改變繩子扣緊處，使正視圖上、下三角形底角不同，當下三角形底角越大，負重量越小。

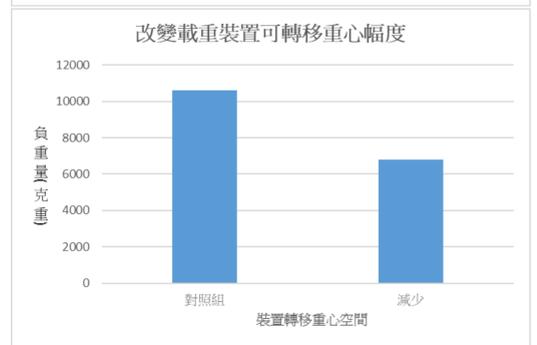
討論：本實驗相較於對照組，正視圖下三角形繩段張力較小，繩子無法提供足夠的力夾住木棒c，故負重量減少。



#### (十)探討改變承載架可轉移重心幅度對負重量的影響。

實驗結果：由圖表可知，使原本的承載架可轉移重心幅度減少，負重量下降。

討論：承載架系統重心須保持在槓桿a支點下方，否則系統重量會對槓桿a產生力矩，使木棒a翻轉，導致承載架倒塌，因此若在木板下加一擋板會阻擋系統轉移重心，導致裝置倒塌。

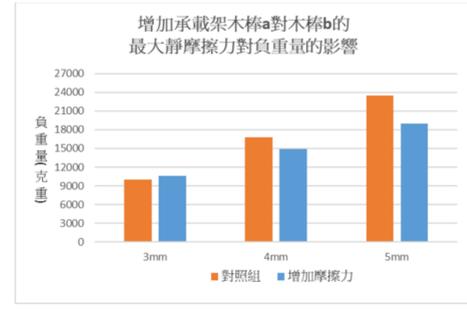


### 二、延伸探討:將對照組訂為三根木棒皆為4公分長，同粗細之承載架，尋找增加承載架負重量的細部方法。

#### (一)探討改變承載架木棒a對木棒b的摩擦力對負重量的影響。

實驗結果：由圖表可知，當改變承載架木棒a對木棒b的摩擦力時，負重量減少。

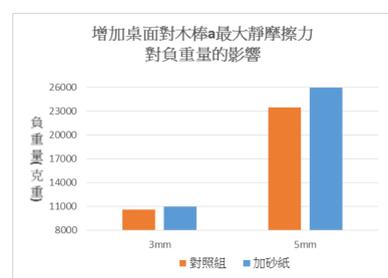
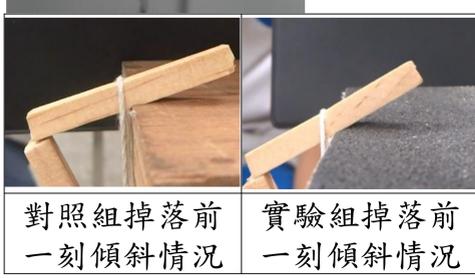
討論：當負重量逐漸增加時，木棒a會翻轉，使木棒a、b夾角逐漸變大，若固定木棒a、b夾角，木棒a翻轉受到阻礙，因此負重量減少。



#### (二)探討在木棒a平貼之木板上增加粗糙面對負重量的影響。

實驗結果：由圖表可知，若增加木棒a平貼之木板對木棒a的最大靜摩擦力，能增加粗細5毫米的承載架負重量，3毫米則否。

討論：當木棒a粗細為3毫米時，因木棒纖維強度不足導致木棒斷裂，使承載架倒塌。因此在木棒a接觸之木板上平貼砂紙無法有效增加負重量，但當木棒a粗細達5毫米時，在木棒a接觸之木板上平貼砂紙能增加木棒a的傾斜幅度，故負重量上升。



## 陸、討論

一、承載架載重原理：

(一)、當載重( $F_A$ )形成，導致木棒a翻轉對木棒b施力( $F_B$ )， $F_B$ 會產生兩分力( $F_C$ 、 $F_D$ )， $F_D$ 藉由木棒b再對木棒c施力，而木棒c與繩之間的摩擦力將木棒c撐起，使承載架穩定； $F_C$ 則為一向外的分力，可能使木棒b滑出使承載架倒塌。

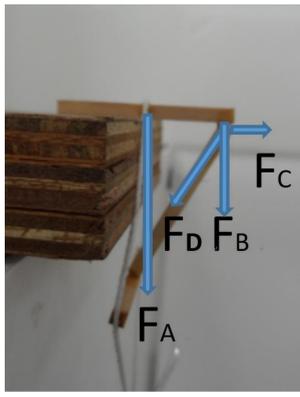
(二)、以承載架木棒a做為一個獨立槓桿，稱為槓桿a，設木棒a與木板接觸點為支點，載重點為施力點，與支點距離則為施力臂；木棒b對木棒a的支撐點為抗力點，與支點的距離為抗力臂，負重經由棉繩施加在木棒a的力為 $W$ 。

>如果施力臂極短，施力點與支點幾乎為同一點，槓桿端點只要提供極小的力即可使槓桿平衡，且木棒a不易斷裂。

(三)支點與重心的關係：整體而言，承載架的重心必須在槓桿a支點下方，才能使系統穩定。

(四)承載架因受力傾斜，使重心轉移到支點下方，維持承載架穩定(若重心無法轉移到支點下方，則承載架倒塌)。

(五)當載重形成，繩子受到負重產生張力，對木棒c產生夾力，使木棒c與繩之間的摩擦力變大，將木棒c固定住，支撐木棒b，抵住木棒a向下翻轉，穩定承載架，保持系統平衡。



二、承載架木棒a本身的纖維強度極為重要，實驗觀察當負重量增加時，粗細3及4毫米的木棒a因單點受力下拉而明顯彎曲變形。在木棒a粗細5毫米以下時，增加木棒a的粗細，就能增加負重量。而增加木棒b、c粗細並未有效提升掛重。槓桿a抗力臂遠大於其施力臂，因此木棒b受力不大，不易變形；木棒c受繩夾力雖大，但木棒c的整個長度平均承受兩側的力，因此相較於單點受力的木棒a，木棒c較不易變形。

三、木棒粗細在5毫米內，增加粗細，負重增加，但當粗細達5毫米以上時，負重量停止增加，反而略減，推論當木棒a粗細增加時，接觸在木棒a的繩被拉的較開，使繩張力對木棒a向下的分力增大，故負重量減少。

四、當承載架木棒a粗細為3毫米及4毫米時，實驗結果木棒a大多呈現折斷狀況，為承載架倒塌的主要原因；當承載架木棒a粗細達5毫米，已無斷裂情況，承載架倒塌的主因為當負重增加，棉繩受力拉長，導致木棒c下移，減少木棒b對木棒a的支撐力，使木棒a力矩不平衡而傾斜，傾斜直到與木板間摩擦力不足，最後滑落，因此增加木棒c長，即增加棉繩受力，負重減少(實驗七)。而當木棒a粗細達5毫米以上時，纖維強度已足夠，此時增加木棒a可傾斜的角度，對負重量增加較為重要(延伸實驗二)。

五、實驗(七)改變木棒c長度，木棒c越短時，正視圖上三角形繩段張力小，不易被拉長，理論上負重量應較大，但當木棒c為2公分時比木棒c為4公分時負重來得小，推論木棒c太短時，繩張力無法提供足夠的力夾住木棒c，木棒c易滑出，故負重減少。

六、將木棒a挖一凹槽，並將木棒b卡入其中，增加木棒a與木棒b之間的最大靜摩擦力，防止木棒b滑出，且更有利於木棒a端點向上作用力，應可有效增加負重，但實驗結果並非如預測。當負重量逐漸增加時，因木棒c須維持在槓桿a支點下方，而繩受力拉長使木棒a兩端受力不相等而翻轉，使木棒a、b夾角逐漸變大，若固定木棒a、b夾角，木棒a翻轉受到阻礙，因此負重量減少。

七、有關木棒b、c及掛線方式對掛物重的影響，當實驗(五)加長木棒a形成的槓桿抗力臂及實驗(六)改變木棒b對木棒a施力方向，實驗結果相差不大，其原因為粗細為3毫米承載架無法繼續負重的主因是木棒a斷裂導致，改變抗力臂長短及施力方向無助於增加木棒a強度。實驗(八)增加槓桿a施力臂長度，木棒b須提供更大支撐力穩定槓桿a，且在實驗一開始時，空桶掛在較外側導致木棒a傾斜角度需較對照組大以維持系統重心在槓桿a支點下，因此木棒a與木板間的摩擦力容易不足，除此之外槓桿a上施力臂變長，木棒a受力變大，木棒a更容易變形斷裂，故若增加槓桿a施力臂長度，負重量明顯減少。實驗(九)改變繩扣緊處至木棒a距離，正視圖下三角形繩段張力較對照組小，繩子無法提供足夠的力夾住木棒c，木棒c容易滑出，故負重量減少。

八、有關於重心影響承載架的負重能力，實驗(十)設計以改變平台厚度，減少裝置重心轉移空間。實驗結果當平台變厚，掛物重明顯減少，可知重心可否轉移位置是影響承載架平衡重要因素。

## 柒、結論

一、由上探討可知此構造可支持重物的關鍵因素，在於(1)槓桿a須處於平衡關係，(2)同時系統重心須於槓桿a支點下方。實驗結果發現，木棒a纖維強度極為重要，若能將木棒a加粗，載重提升(實驗一、四)；繩子受力拉長會減少木棒b對木棒a的支撐力，因此若能減少繩子受力(實驗七)或增加木棒a傾斜空間(延伸實驗二)負重量提升。若槓桿a施力臂太長，負重量明顯減少(實驗八)。本承載架載重主要依靠重心的轉移讓整體平衡，若承載架無法改變重心位置，則承載架會無法平衡而導致無法負重(實驗十)。

二、由上探討可知此承載架負重能力，在於木棒a的纖維強度，木棒a越粗，可支持的物重越大。但當木棒a粗細增達一定程度時(5毫米以上)，再增加粗細負重量並不會再增，反而略降。木棒a、b間的摩擦力，雖不需多大，但其極為重要，能保持重物的重心位於承槓桿a支點下方，是平衡的重要因素。正視圖上下三角形底角大小影響著繩夾住木棒c的力，底角越小，木棒c越穩定，但底角太小時，可能造成繩受力變大易拉長，槓桿a不易平衡，實驗結果顯示正視圖上下三角形底角趨於60度，負重量大(實驗七、九)。

三、實驗整合：關於改變承載架木棒b(實驗二)或木棒c(實驗三)粗細、增加槓桿a抗力臂長度(實驗五)、改變承載架木棒a施力方向(實驗六)，皆對負重量無太大影響；改變承載架木棒c長度，當繩子開合角度越接近60度，負重量越大(實驗七)；若三根松木棒粗細皆達到5毫米以上，負重量會更接近極限值(實驗四)；承載架必須留伸縮縫，否則木棒a傾斜受到阻礙，導致承載架提早倒塌(延伸實驗一)。

## 捌、參考資料與其它

1. 螞蟻吊大象——一起見證火柴棒的神奇力量！

取自：國立台中教育大學 NTCU科學教育與應用學系

<http://scigame.ntcu.edu.tw/power/power-055.html>

2. 「絕對不偏心」—酒架平衡重心的探討與廣用酒架的設計。

取自新北市板橋區埔墘國民小學

中華民國第五四屆中小學科學展覽會作品